МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

ОСНОВИ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ

Методичні вказівки до виконання самостійної роботи
для здобувачів освіти освітньо-професійного ступеня фаховий молодший бакалавр
галузь знань 19 Архітектура і будівництво
спеціальності 192 Будівництво та цивільна інженерія
освітньо-професійної програми:
Опорядження будівель і споруд та будівельний дизайн
галузь знань 24 Сфера обслуговування
спеціальності 241 Готельно-ресторанна справа
освітньо-професійної програми:
Готельно-ресторанна справа
денної форми навчання

Любешів 2023

УДК 51 (07)
К 88

До друку
Голова методичної ради ВСП «Любешівський ТФК ЛНТУ»_____________________ Герасимик-Чернова Т.П.
(підпис)
Електронна копія друкованого видання передана для внесення в репозитарій коледжу
Бібліотекар _____________ М.М. Демих
(підпис)
Рекомендовано до видання методичною радою ВСП «Любешівський ТФК ЛНТУ»
протокол №___ від _________________ 2023 року
Розглянуто і схвалено на засіданні циклової методичної комісії викладачів математичних та природничо-наукових дисциплін ВСП «Любешівський ТФК ЛНТУ»,
протокол №___ від _________________ 2023 року
Голова циклової методичної комісії _______________Остимчук А.В.
(підпис)
Укладачі: ____________ Кулик В.С.,
____________ Баховська М.В.,
____________ Кузьмич Т.П.

Рецензент: _____________________
(підпис)
Відповідальний за випуск: _____________ Т.П. Кузьмич, методист коледжу
(підпис)

Основи вищої математики [Текст]: методичні вказівки до виконання самостійної роботи для здобувачів освіти освітньо-професійного ступеня фаховий молодший бакалавр галузь знань 19 Архітектура і будівництво спеціальності 192 Будівництво та цивільна інженерія освітньо-професійної програми: Опорядження будівель і споруд та будівельний дизайн; галузь знань 24 Сфера обслуговування спеціальності 241 Готельно-ресторанна справа освітньо-професійної програми: Готельно-ресторанна справа денної форми навчання / уклад. В.С.Кулик., Т.П. Кузьмич, М.В. Баховська – Любешів: ВСП «Любешівський ТФК ЛНТУ», 2023 – 39 с.

У методичних вказівках містяться загальні вказівки щодо вивчення дисципліни «Основи вищої математики», тематичне планування самостійної роботи. До питань відповідних тем наведені літературні джерела, де студент може знайти вичерпну інформацію. Методичні вказівки містять перелік запитань для самоконтролю, тестові завдання з варіантами можливих відповідей, перелік питань для проведення іспиту.

1. Вступ

Робоча навчальна програма дисципліни "Основи вищої математики" є складовою частиною нормативно-методичного забезпечення навчального процесу для підготовки спеціалістів напрямку "Облік і аудит". Зміст програми передбачає лекції, самостійну роботу. Форма семестрового контролю: екзамен.

Мета курсу – забезпечити вивчення тих математичних понять та методів, які не ввійшли до програми загальноосвітньої математичної підготовки студентів, але використовуються в процесі вивчення дисциплін циклу професійної підготовки.

Завдання курсу – оволодіння студентами математичними знаннями і вміннями для вивчення спеціальних дисциплін, ефективного розв'язання завдань економіки, управління.

В результаті вивчення дисципліни студент повинен знати:

- означення визначника другого і третього порядку;
- правило Крамера;
- означення матриці та її властивості;
- формули для обчислення скалярного, векторного, мішаного добутків та їх застосування;
- рівняння прямої у різних формах, еліпса, гіперболи, параболи.
- означення комплексних чисел, різні їх форми та перехід від однієї форми до іншої;

Студент повинен вміти:

- обчислювати визначники другого і третього порядку;
- розв'язувати системи рівнянь за правилом Крамера;
- виконувати дії над векторами;
- обчислювати скалярний, векторний, мішаний добутки і їх застосовувати;
- досліджувати взаємне розташування прямих та знаходити кут між ними;
- будувати криві другого порядку за їх рівняннями та визначати їх властивості;
- виконувати дії над комплексними числами в алгебраїчній, тригонометричній, показниковій формах;

2. Тематичне планування самостійної роботи

№ з/п	Назва тем курсу, питань винесених на самостійне опрацювання	Час опрацювання	Бібліографія
1	2	3	4
1.	*Тема 1*. **Елементи векторної алгебри**		
1.1	Визначники другого і третього порядку та їх властивості. Системи лінійних рівнянь. Метод Гауса розв'язання систем лінійних рівнянь Метод Крамера розв'язання систем лінійних рівнянь. Матриці та основні дії над ними. Обернена матриця. Матрична форма запису системи лінійних рівнянь. Матричний метод розв'язання систем лінійних рівнянь	7	Л.1 (ст. 3-12)
2	*Тема 2.* **Метод координат**		
2.1	Вектори на площині та в просторі. Дії над векторами. Розкладання вектора за даними напрямами. Векторний базис та система координат. Скалярний добуток векторів Векторний добуток векторів. Мішаний добуток векторів. Прямокутні координати. Довжина відрізка. Поділ відрізка в заданому відношенні та навпіл. Центр ваги трикутника. Полярна система координат. Циліндрична система координат	7	Л.1 (ст. 13-29)
3	*Тема 3*. **Аналітична геометрія на площині**		
3.1	Пряма на площині. Канонічне рівняння прямої. Рівняння прямої, що проходить через дві точки. Загальне рівняння прямої. Пряма у «відрізках» на осях. Рівняння прямої з кутовим коефіцієнтом. Пряма, задана точкою і нормованим вектором. Нормальне рівняння прямої. Взаємне розміщення двох прямих на площині Віддаль від точки до прямої. Кут між прямими. Поняття про лінії другого порядку на площині. Коло. Еліпс.Гіпербола. Парабола	7	Л.1 (30-51)
4	*Тема 4*. **Комплексні числа**		
4.1	Комплексні числа як розширення множини дійсних чисел. Алгебраїчна форма комплексного числа. Дії над комплексними числами, заданими в алгебраїчній формі. Розв'язання квадратних рівнянь з від'ємним дискримінантом. Геометричне тлумачення комплексних чисел. Тригонометрична і показникова форми комплексного числа. Перехід від алгебраїчної форми комплексного числа до тригонометричної та показникової. Дії над комплексними числами, заданими в тригонометричній формі: множення, ділення, піднесення до степеня, добування кореня	7	Л.1 (ст. 52-59)
	ВСЬОГО	28	

3. Тестові завдання

Тема 1
Елементи лінійної алгебри

ТЗ 1.1. Що називається мінором M_{ij} елемента a_{ij} визначника Δ_n n-го порядку?

А. Мінором M_{ij} елемента a_{ij} визначника Δ_n називається визначник $(n-1)$-шого порядку, який утворюється з елементів вихідного визначника Δ_n, що залишаються після викреслювання j-го рядка та j-го стовпця.

Б. Мінором M_{ij} елемента a_{ij} визначника Δ_n називається визначник $(n-1)$-шого порядку, який утворюється з елементів вихідного визначника Δ_n, що залишаються після викреслювання i-го рядка та i-го стовпця.

В. Мінором M_{ij} елемента a_{ij} визначника Δ_n називається визначник, який утворюється з елементів вихідного визначника Δ_n, якщо переставити місцями відповідні елементи i-го рядка та j-го стовпця.

Г. Мінором M_{ij} елемента a_{ij} визначника Δ_n називається визначник $(n-1)$-шого порядку, який утворюється з елементів вихідного визначника Δ_n, що залишаються після викреслювання i-го рядка та j-го стовпця, на перетині яких розташований елемент a_{ij}.

ТЗ 1.2. Що називається алгебраїчним доповненням A_{ij} елемента a_{ij} визначника Δ_n n-го порядку?

А. $A_{ij} = (-1)^{i-j} M_{ij}$. Б. $A_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}$.

В. $A_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ji}$. Г. $A_{ij} = (-1)^{2+i} M_{ij}$.

ТЗ 1.3. Визначник другого порядку $\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$ дорівнює:

А. $a_{11}a_{21} + a_{22}a_{12}$. Б. $a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$. В. $a_{11}a_{22} + a_{12}a_{21}$.
Г. $a_{12}a_{21} - a_{11}a_{22}$.

ТЗ 1.4. Визначник третього порядку $\Delta_3 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$ дорівнює (через A_{ij} позначено алгебраїчне доповнення елемента a_{ij}):

А. $a_{11}A_{11} + a_{12}A_{11} + a_{13}A_{11}$. Б. $a_{11}A_{11} + a_{12}A_{21} + a_{13}A_{31}$.

В. $a_{11}A_{11} + a_{12}A_{12} + a_{13}A_{13}$. Г. $a_{11}A_{21} + a_{12}A_{22} + a_{13}A_{23}$.

ТЗ 1.5. Визначник третього порядку $\Delta_3 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$ дорівнює (через A_{ij} позначено алгебраїчне доповнення елемента a_{ij}):

А. $a_{11}A_{11} + a_{21}A_{21} + a_{31}A_{31}$. Б. $a_{11}A_{11} + a_{21}A_{22} + a_{31}A_{33}$.

В. $a_{11}A_{31} + a_{21}A_{32} + a_{31}A_{33}$. Г. $a_{11}A_{11} + a_{21}A_{12} + a_{31}A_{13}$.

ТЗ 1.6. Визначник четвертого порядку $\Delta_4 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix}$ дорівнює (через A_{ij}

позначено алгебраїчне доповнення елемента a_{ij}):

А. $a_{31}A_{11}+a_{32}A_{22}+a_{33}A_{33}+a_{34}A_{44}$.

Б. $a_{11}A_{11}+a_{21}A_{12}+a_{31}A_{13}+a_{41}A_{14}$.

В. $a_{31}A_{21}+a_{32}A_{22}+a_{33}A_{23}+a_{34}A_{24}$.

Г. $a_{11}A_{11}+a_{21}A_{21}+a_{31}A_{31}+a_{41}A_{41}$.

ТЗ 1.7. Чому дорівнює визначник $\Delta=\begin{vmatrix} ka_1 & kb_1 & kc_1 \\ ka_2 & kb_2 & kc_2 \\ ka_3 & kb_3 & kc_3 \end{vmatrix}$?

А. $k\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$. Б. $k^2\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$. В. $k^3\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$.

Г. 0.

ТЗ 1.8. Встановити, який з наступних визначників є парним числом?

А. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 4 \\ 1 & 5 & 2 \end{vmatrix}$. Б. $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 1 & 4 \\ 1 & 4 & 0 \end{vmatrix}$.

В. $\begin{vmatrix} 1 & -4 & 3 \\ 2 & 2 & 1 \\ -1 & -4 & 0 \end{vmatrix}$. Г. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 0 & 3 & -4 \\ 0 & 0 & 5 \end{vmatrix}$.

ТЗ 1.9. Чому дорівнює визначник $\Delta=\begin{vmatrix} a_1 & ka_1 & c_1 \\ a_2 & ka_2 & c_2 \\ a_3 & ka_3 & c_3 \end{vmatrix}$?

А. k. Б. 0. В. k^3. Г. 1.

ТЗ 1.10. Чому дорівнює сума добутків елементів деякого стовпця (рядка) визначника $\Delta_3=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$ на алгебраїчні доповнення елементів іншого паралельного стовпця (рядка): $a_{i1}A_{k1}+a_{i2}A_{k2}+a_{i3}A_{k3}$, $k\neq i$ $\left(a_{1j}A_{1k}+a_{2j}A_{2k}+a_{3j}A_{3k},\ k\neq j\right)$?

А. 1. Б. 0. В. Δ_3. Г. $k\Delta_3$.

ТЗ 2.1. Яка матриця називається транспонованою A^T до матриці

$$A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}?$$

А. $\begin{pmatrix} a_{1n} & a_{2(n-1)} & \dots & a_{11} \\ a_{2n} & a_{2(n-1)} & \dots & a_{21} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{mn} & a_{m(n-1)} & \dots & a_{m1} \end{pmatrix}$. Б. $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} & \dots & a_{m1} \\ a_{12} & a_{22} & \dots & a_{m2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{1n} & a_{2n} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$.

В. $\begin{pmatrix} a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \\ a_{(m-1)1} & a_{(m-2)2} & \dots & a_{(m-1)n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \end{pmatrix}$. Г. $A^T = -A$.

ТЗ 2.2. Які дві матриці є взаємно транспонованими?

А. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ і $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 \\ 0 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Б. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ і $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$.

В. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ і $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Г. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ і $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

ТЗ 2.3. Яка квадратна матриця є одиничною?

А. $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & \dots & 1 \end{pmatrix}$. Б. $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}$.

В. $E = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ 0 & 1 & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}$. Г. $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

ТЗ 2.4. Сумою яких двох матриць є матриця $\begin{pmatrix} 8 & 1 \\ 7 & -4 \end{pmatrix}$?

А. $\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 2 & -7 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$. Б. $\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 2 & -7 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$.

В. $\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 2 & -7 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -7 & 4 \end{pmatrix}$. Г. $\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 2 & -7 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$.

ТЗ 2.5. Різницею яких двох матриць є матриця $\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -3 & -11 \end{pmatrix}$?

А. $\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 2 & -7 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & -21 \\ 3 & 40 \end{pmatrix}$. Б. $\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 2 & -7 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 5 & 4 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

В. $\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 2 & -7 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$. Г. $\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 2 & -7 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$.

ТЗ 2.6. Що називається добутком матриці A на число α?

А. Добутком матриці A на число α називається нова матриця $C = \alpha A$, яка відрізняється від матриці A тим, що кожний елемент першого рядка матриці A помножається на число α

$$\alpha A=\begin{pmatrix}\alpha a_{11} & \alpha a_{12} & \dots & \alpha a_{1n}\\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n}\\ \dots & \dots & \dots & \dots\\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn}\end{pmatrix}.$$

Б. Добутком матриці A на число α називається нова матриця $C=\alpha A$, яка відрізняється від матриці A тим, що кожний елемент першого стовпця матриці A помножається на число α

$$\alpha A=\begin{pmatrix}\alpha a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n}\\ \alpha a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n}\\ \dots & \dots & \dots & \dots\\ \alpha a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn}\end{pmatrix}.$$

В. Добутком матриці A на число α називається нова матриця $C=\alpha A$, яка відрізняється від матриці A тим, що кожний елемент матриці A помножається на число α

$$\alpha A=\begin{pmatrix}\alpha a_{11} & \alpha a_{12} & \dots & \alpha a_{1n}\\ \alpha a_{21} & \alpha a_{22} & \dots & \alpha a_{2n}\\ \dots & \dots & \dots & \dots\\ \alpha a_{m1} & \alpha a_{m2} & \dots & \alpha a_{mn}\end{pmatrix}.$$

Г. Добутком матриці A на число α називається нова матриця $C=\alpha A$, яка відрізняється від матриці A тим, що кожний елемент головної діагоналі матриці A помножається на число α

$$\alpha A=\begin{pmatrix}\alpha a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n}\\ a_{21} & \alpha a_{22} & \dots & a_{2n}\\ \dots & \dots & \dots & \dots\\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & \alpha a_{mn}\end{pmatrix}.$$

ТЗ 2.7. Добутком числа $\alpha=2$ на матрицю $\begin{pmatrix}3 & 5\\ -1 & -4\end{pmatrix}$ є

А. $\begin{pmatrix}6 & 10\\ -2 & -8\end{pmatrix}$. Б. $\begin{pmatrix}6 & 10\\ -1 & -4\end{pmatrix}$.

В. $\begin{pmatrix}6 & 5\\ -2 & -4\end{pmatrix}$. Г. $\begin{pmatrix}6 & 5\\ -1 & -8\end{pmatrix}$.

ТЗ 2.8. Що називається добутком матриці A розміру $m\times n$ на матрицю B розміру $n\times p$?

А. Матриця $C=AB$ розміру $m\times p$, кожний елемент c_{ij} якої обчислюється за правилом $c_{ij}=a_{i1}b_{1j}+a_{i2}\cdot b_{2j}+\ldots+a_{in}\cdot b_{nj}$.

Б. Матриця $C=AB$ розміру $m\times p$, кожний елемент c_{ij} якої обчислюється за правилом $c_{ij}=a_{j1}b_{1i}+a_{j2}\cdot b_{2i}+\ldots+a_{jn}\cdot b_{ni}$.

В. Матриця $C=AB$ розміру $p\times m$, кожний елемент c_{ij} якої обчислюється за правилом $c_{ij}=a_{i1}b_{1i}+a_{i2}\cdot b_{2i}+\ldots+a_{in}\cdot b_{ni}$.

Г. Квадратна матриця $C=AB$ q-того порядку $(q=\min\{m,n,p\})$, кожний елемент c_{ij} якої обчислюється за правилом $c_{ij}=a_{j1}b_{1i}+a_{j2}\cdot b_{2i}+\ldots+a_{jq}\cdot b_{qi}$.

ТЗ 2.9. Добутком яких двох матриць є матриця $\begin{pmatrix}3 & 2 & 1\\ 5 & 3 & 2\end{pmatrix}$?

А. $\begin{pmatrix}1 & 1\\ 2 & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 2 & 1\\ 0 & 4 & 1\end{pmatrix}$. Б. $\begin{pmatrix}1 & 1\\ 2 & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}$.

В. $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$. Г. $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$.

ТЗ 2.10. Добутком яких двох матриць є матриця $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & 6 \end{pmatrix}$?

А. $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$. Б. $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$.

ТЗ 3.1. За якої умови квадратна система лінійних рівнянь

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \ldots + a_{nn}x_n = b_n \end{cases}, \text{ де } \Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{n1} & a_{n1} & \ldots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

– головний визначник системи, має єдиний розв’язок?

А. $\Delta = 0$. Б. $\Delta \geq 0$. В. $\Delta \leq 0$. Г. $\Delta \neq 0$.

ТЗ 3.2. За якої умови квадратна система лінійних рівнянь

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \ldots + a_{nn}x_n = b_n \end{cases}, \text{ де } \Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{n1} & a_{n1} & \ldots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

– головний визначник системи і

$$\Delta^{(1)} = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} & \ldots & a_{1n} \\ b_2 & a_{22} & \ldots & a_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ b_n & a_{n2} & \ldots & a_{nn} \end{vmatrix}, \quad \Delta^{(2)} = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 & a_{13} & \ldots & a_{1n} \\ a_{21} & b_2 & a_{23} & \ldots & a_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{n1} & b_n & a_{n3} & \ldots & a_{nn} \end{vmatrix},$$

$$\ldots, \quad \Delta^{(n)} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & b_2 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{n1} & a_{n2} & \ldots & b_n \end{vmatrix}$$

– допоміжні визначники системи, не має жодного розв’язку?

А. $\Delta \neq 0$, $\Delta^{(j)} = 0$ $(j = 1,2,...,n)$.

Б. $\Delta > 0$, $\Delta^{(j)} \neq 0$, $j \in \{1,2,...,n\}$.

В. $\Delta = 0$, $\Delta^{(j)} = 0$ $(j = 1,2,...,n)$.

Г. $\Delta = 0$, а хоча б один із визначників $\Delta^{(j)}$ $(j = 1,2,...,n)$ відмінний від нуля.

ТЗ 3.3. Необхідною і достатньою умовою наявності ненульового розв’язку однорідної квадратної системи лінійних рівнянь

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n = 0 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n = 0 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \ldots + a_{nn}x_n = 0 \end{cases}, \text{ де } \Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{n1} & a_{n1} & \ldots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

– головний визначник, є

А. $\Delta = 0$. Б. $\Delta \geq 0$. В. $\Delta \leq 0$. Г. $\Delta \neq 0$.

ТЗ 3.4. Система лінійних рівнянь $AX = B$ має безліч розв’язків тоді і тільки тоді, коли

А. Ранг розширеної матриці $C = (A \mid B)$ менший рангу основної матриці A і менший числа невідомих.

Б. Ранг розширеної матриці $C=(A\,|\,B)$ більший рангу основної матриці A, але менший числа невідомих.
В. Ранг розширеної матриці $C=(A\,|\,B)$ дорівнює рангу основної матриці A і менший числа невідомих.
Г. Ранг розширеної матриці $C=(A\,|\,B)$ дорівнює рангу основної матриці A і дорівнює числу невідомих.

ТЗ 3.5. Яка система двох лінійних рівнянь має розв'язок $x=3,\ y=4$?

А. $\begin{cases} x+2y=11 \\ 2x-y=3 \end{cases}$. Б. $\begin{cases} x+2y=11 \\ 2x+y=11 \end{cases}$.

В. $\begin{cases} x+2y=11 \\ 2x+y=10 \end{cases}$. Г. $\begin{cases} x-2y=11 \\ 2x+y=10 \end{cases}$.

ТЗ 3.6. Яка система двох лінійних рівнянь еквівалентна системі

$$\begin{cases} 3x \qquad =9 \\ \qquad 5y=15 \end{cases}?$$

А. $\begin{cases} x+y=6 \\ 2x-y=7 \end{cases}$. Б. $\begin{cases} x+y=6 \\ 2x-3y=5 \end{cases}$.

В. $\begin{cases} 2x+y=6 \\ 3x-2y=5 \end{cases}$. Г. $\begin{cases} x+y=6 \\ 3x+y=12 \end{cases}$.

ТЗ 3.7. Які пари систем лінійних рівнянь еквівалентні між собою?

А. $\begin{cases} x+2y=3 \\ 2x-y=5 \end{cases}$ і $\begin{cases} x+2y=3 \\ 8y=10 \end{cases}$. Б. $\begin{cases} x+2y=3 \\ 3x-2y=1 \end{cases}$ і $\begin{cases} x+2y=3 \\ 8y=8 \end{cases}$.

В. $\begin{cases} x+2y=3 \\ 2x-y=1 \end{cases}$ і $\begin{cases} x+2y=3 \\ 5y=6 \end{cases}$. Г. $\begin{cases} x+2y=3 \\ 5x-3y=7 \end{cases}$ і $\begin{cases} x+2y=3 \\ 9y=18 \end{cases}$.

ТЗ 3.8. Яка система двох лінійних рівнянь має єдиний розв'язок?

А. $\begin{cases} 5x-3y=8 \\ 10x-6y=15 \end{cases}$. Б. $\begin{cases} 3x+2y=3 \\ 15x+10y=1 \end{cases}$.

В. $\begin{cases} x+3y=4 \\ 3x-y=2 \end{cases}$. Г. $\begin{cases} x+y=6 \\ 2x-3y=-3 \end{cases}$.

ТЗ 3.9. Яка система двох лінійних рівнянь еквівалентна одному рівнянню з двома невідомими?

А. $\begin{cases} x+3y=5 \\ 2x+6y=10 \end{cases}$. Б. $\begin{cases} x+3y=5 \\ 2x+6y=9 \end{cases}$.

В. $\begin{cases} x+3y=5 \\ 2x+6y=10 \end{cases}$. Г. $\begin{cases} x+3y=5 \\ 2x+5y=9 \end{cases}$.

ТЗ 3.10. Яка система двох лінійних рівнянь має безліч розв'язків?

А. $\begin{cases} x+y=3 \\ 2x-3y=-4 \end{cases}$. Б. $\begin{cases} 7x-y=5 \\ 14x-2y=10 \end{cases}$.

В. $\begin{cases} x+2y=5 \\ 2x+y=4 \end{cases}$. Г. $\begin{cases} 7x-y=5 \\ 14x-2y=9 \end{cases}$.

Тема 2
Метод координат

ТЗ 4.1. Що називається проекцією вектора $\overrightarrow{AB}$ на вісь $\vec{l}$?

А. Проекцією вектора $\overrightarrow{AB}$ на вісь $\vec{l}$ називається число $пр_{\vec{l}}\overrightarrow{AB}$, яке дорівнює довжині відрізка $A_l B_l$ між проекціями відповідно початку A і кінця B вектора на вісь $\vec{l}$.

Б. Проекцією вектора $\overrightarrow{AB}$ на вісь $\vec{l}$ називається число $пр_{\vec{l}}\overrightarrow{AB}$, яке дорівнює довжині відрізка $A_l B_l$ між проекціями відповідно початку A і кінця B вектора на вісь $\vec{l}$, причому довжина береться зі знаком "+", якщо вектор $\overrightarrow{A_l B_l}$ співнапрямлений з віссю $\vec{l}$ $\overrightarrow{A_l B_l}\uparrow\uparrow\vec{l}$, або довжина береться зі знаком "–", якщо вектор $\overrightarrow{A_l B_l}$ напрямлений протилежно осі $\vec{l}$ $\overrightarrow{A_l B_l}\uparrow\downarrow\vec{l}$.

В. Проекцією вектора $\overrightarrow{AB}$ на вісь $\vec{l}$ називається число $пр_{\vec{l}}\overrightarrow{AB}$, яке дорівнює сумі довжин відрізків AA_l і BB_l, де A_l і B_l – проекції відповідно початку A і кінця B вектора $\overrightarrow{AB}$ на вісь $\vec{l}$.

Г. Проекцією вектора $\overrightarrow{AB}$ на вісь $\vec{l}$ називається вектор $пр_{\vec{l}}\overrightarrow{AB}$, який дорівнює сумі векторів $\overrightarrow{AA_l}$ і $\overrightarrow{BB_l}$, де A_l і B_l – проекції відповідно початку A і кінця B вектора $\overrightarrow{AB}$ на вісь $\vec{l}$.

ТЗ 4.2. Чому дорівнює проекція суми $пр_{\vec{l}}(\vec{a}+\vec{b})$?

А. $пр_{\vec{l}}(\vec{a}+\vec{b}) = пр_{\vec{l}}\vec{a} + пр_{\vec{l}}\vec{b} - 2пр_{\vec{l}}\vec{a}\cdot пр_{\vec{l}}\vec{b}$.

Б. $пр_{\vec{l}}(\vec{a}+\vec{b}) = пр_{\vec{l}}\vec{a}\cdot пр_{\vec{l}}\vec{b}$.

В. $пр_{\vec{l}}(\vec{a}+\vec{b}) = пр_{\vec{l}}\vec{a} + пр_{\vec{l}}\vec{b}$.

Г. $пр_{\vec{l}}(\vec{a}+\vec{b}) = \vec{b}\cdot пр_{\vec{l}}\vec{a} + \vec{a}\cdot пр_{\vec{l}}\vec{b}$.

ТЗ 4.3. Проекція $пр_{\vec{a}}\vec{b}$ вектора $\vec{b}$ на вектор $\vec{a}$ дорівнює

А. $пр_{\vec{a}}\vec{b} = |\vec{a}|\sin(\vec{a}\,\widehat{,}\,\vec{b})$. Б. $пр_{\vec{a}}\vec{b} = |\vec{a}|\cos(\vec{a}\,\widehat{,}\,\vec{b})$.

В. $пр_{\vec{a}}\vec{b} = |\vec{b}|\cos(\vec{a}\,\widehat{,}\,\vec{b})$. Г. $пр_{\vec{a}}\vec{b} = |\vec{b}|\sin(\vec{a}\,\widehat{,}\,\vec{b})$.

ТЗ 4.4. Напрямні косинуси $\cos\alpha, \cos\beta, \cos\gamma$ вектора $\vec{a}$ зв’язані співвідношенням

А. $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$.

Б. $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = |\vec{a}|^2$.

В. $\cos\alpha\cdot\cos\beta\cdot\cos\gamma = 1$.

Г. $|\cos\alpha| + |\cos\beta| + |\cos\gamma| = 1$.

ТЗ 4.5. В якому випадку $пр_{\vec{l}}\vec{a} = 0$?

А. Вектор $\vec{a}$ паралельний до осі $\vec{l}$.

Б. Вектор $\vec{a}$ утворює з віссю $\vec{l}$ кут 30°.

В. Вектор $\vec{a}$ утворює з віссю $\vec{l}$ кут 45°.

Г. Вектор $\vec{a}$ перпендикулярний до осі $\vec{l}$.

ТЗ 4.6. Чому дорівнюють координати вектора $\overrightarrow{AB}$, якщо відомі координати його початку $A(x_A, y_A, z_A)$ і кінця $B(x_B, y_B, z_B)$?

А. $\overrightarrow{AB} = (x_A + x_B; y_A + y_B; z_A + z_B)$.

Б. $\overrightarrow{AB}=(x_A-x_B;y_A-y_B;z_A-z_B)$.

В. $\overrightarrow{AB}=(x_B-x_A;y_B-y_A;z_B-z_A)$.

Г. $\overrightarrow{AB}=(x_A\cdot x_B;y_A\cdot y_B;z_A\cdot z_B)$.

ТЗ 4.7. Як обчислюється модуль (довжина) вектора

$$\vec{a}=a_x\vec{i}+a_y\vec{j}+a_z\vec{k}\ ?$$

А. $|\vec{a}|=|a_x|+|a_y|+|a_z|$. Б. $|\vec{a}|=-\sqrt{a_x^{\ 2}+a_y^{\ 2}-a_z^{\ 2}}$.

В. $|\vec{a}|=\sqrt{a_x^{\ 2}-a_y^{\ 2}+a_z^{\ 2}}$. Г. $|\vec{a}|=\sqrt{a_x^{\ 2}+a_y^{\ 2}+a_z^{\ 2}}$.

ТЗ 4.8. Що називається добутком $\lambda\vec{a}$ вектора $\vec{a}$ на скаляр λ?

А. Добутком вектора $\vec{a}$ на число λ називається вектор $\lambda\vec{a}$, який має такі властивості: 1) $|\lambda\vec{a}|=|\lambda|\cdot|\vec{a}|$; 2) якщо $\lambda=0$, то $0\cdot\vec{a}=\vec{0}$; якщо $\lambda>0$, то $\lambda\vec{a}\uparrow\uparrow\vec{a}$; якщо $\lambda<0$, то $\lambda\vec{a}\uparrow\downarrow\vec{a}$.

Б. Добутком вектора $\vec{a}$ на число λ називається вектор $\lambda\vec{a}$, який має такі властивості: 1) $|\lambda\vec{a}|=\lambda\cdot|\vec{a}|$; 2) якщо $\lambda=0$, то $0\cdot\vec{a}=\vec{0}$; якщо $\lambda>0$, то $\lambda\vec{a}\uparrow\uparrow\vec{a}$; якщо $\lambda<0$, то $\lambda\vec{a}\uparrow\downarrow\vec{a}$.

В. Добутком вектора $\vec{a}$ на число λ називається вектор $\lambda\vec{a}$, який має такі властивості: 1) $|\lambda\vec{a}|=|\lambda|\cdot|\vec{a}|$; 2) якщо $\lambda=0$, то $0\cdot\vec{a}=\vec{0}$; якщо $\lambda\neq0$, то $\lambda\vec{a}\uparrow\downarrow\vec{a}$.

Г. Добутком вектора $\vec{a}$ на число λ називається вектор $\lambda\vec{a}$, який має такі властивості: 1) $|\lambda\vec{a}|=\lambda\cdot|\vec{a}|$; 2) якщо $\lambda=0$, то $0\cdot\vec{a}=\vec{0}$; якщо $\lambda\neq0$, то $\lambda\vec{a}\uparrow\downarrow\vec{a}$.

ТЗ 4.9. Довжина якого з векторів дорівнює $|\vec{a}|=5$?

А. $\vec{a}=3\vec{i}+2\vec{j}+4\vec{k}$. Б. $\vec{a}=3\vec{i}+2\vec{j}-2\sqrt{3}\vec{k}$.

В. $\vec{a}=2\vec{i}+2\vec{j}+2\sqrt{3}\vec{k}$. Г. $\vec{a}=3\vec{i}-2\vec{j}+4\vec{k}$.

ТЗ 4.10. Що називається скалярним добутком $\vec{a}\cdot\vec{b}$ векторів $\vec{a}$ і $\vec{b}$?

А. Скалярним добутком векторів $\vec{a}\ i\ \vec{b}$ називається число, яке дорівнює $\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos(\widehat{\vec{a},\vec{b}})$.

Б. Скалярним добутком векторів $\vec{a}\ i\ \vec{b}$ називається число, яке дорівнює $\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\sin(\widehat{\vec{a},\vec{b}})$.

В. Скалярним добутком векторів $\vec{a}\ i\ \vec{b}$ називається число, яке дорівнює $\vec{a}\cdot\vec{b}=\sqrt{|\vec{a}|+|\vec{b}|}$.

Г. Скалярним добутком векторів $\vec{a}\ i\ \vec{b}$ називається число, яке дорівнює $\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}|\vec{b}\cos(\widehat{\vec{a},\vec{b}})$.

ТЗ 4.11. Чому дорівнює скалярний добуток $\vec{a}\cdot\vec{b}$ векторів

$$\vec{a}=a_x\vec{i}+a_y\vec{j}+a_z\vec{k}\quad \text{і}\quad \vec{b}=b_x\vec{i}+b_y\vec{j}+b_z\vec{k}\ ?$$

А. $\vec{a}\cdot\vec{b}=a_xb_x-a_yb_y-a_zb_z$. Б. $\vec{a}\cdot\vec{b}=a_xb_x-a_yb_y+a_zb_z$.

В. $\vec{a}\cdot\vec{b}=a_xb_y+a_yb_z+a_zb_x$. Г. $\vec{a}\cdot\vec{b}=a_xb_x+a_yb_y+a_zb_z$.

ТЗ 4.12. Чому дорівнює косинус кута $\varphi=\widehat{\vec{a},\vec{b}}$ між двома векторами $\vec{a}=a_x\vec{i}+a_y\vec{j}+a_z\vec{k}$

і $\vec{b} = b_x\vec{i} + b_y\vec{j} + b_z\vec{k}$?

А. $\cos(\vec{a}\,\hat{,}\,\vec{b}) = \dfrac{a_xb_x + a_yb_y + a_zb_z}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} + \sqrt{b_x^2 + b_y^2 + b_z^2}}$.

Б. $\cos(\vec{a}\,\hat{,}\,\vec{b}) = \dfrac{a_xb_x + a_yb_y + a_zb_z}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} - \sqrt{b_x^2 + b_y^2 + b_z^2}}$.

В. $\cos(\vec{a}\,\hat{,}\,\vec{b}) = \dfrac{a_xb_x - a_yb_y - a_zb_z}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} + \sqrt{b_x^2 + b_y^2 + b_z^2}}$.

Г. $\cos(\vec{a}\,\hat{,}\,\vec{b}) = \dfrac{a_xb_x + a_yb_y + a_zb_z}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}\sqrt{b_x^2 + b_y^2 + b_z^2}}$.

ТЗ 4.13. Для того, щоб ненульові вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$ були ортогональними (перпендикулярними) $\vec{a} \perp \vec{b}$, необхідно і достатньо, щоб

А. $\vec{a}\cdot\vec{b} > 0$. Б. $\vec{a}\cdot\vec{b} = 0$. В. $\vec{a}\cdot\vec{b} < 0$. Г. $\vec{a}\cdot\vec{b} \neq 0$.

ТЗ 4.14. Для того, щоб ненульові вектори $\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}$ і $\vec{b} = b_x\vec{i} + b_y\vec{j} + b_z\vec{k}$ були колінеарними (паралельними) $\vec{a} \parallel \vec{b}$, необхідно і достатньо, щоб

А. $a_xb_y + a_yb_z + a_zb_x = 0$. Б. $a_xb_x - a_yb_y + a_zb_z \neq 0$.

В. $\dfrac{a_x}{b_x} \neq \dfrac{a_y}{b_y} \neq \dfrac{a_z}{b_z}$. Г. $\dfrac{a_x}{b_x} = \dfrac{a_y}{b_y} = \dfrac{a_z}{b_z}$.

ТЗ 4.15. Які два вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$ ортогональні (перпендикулярні)?

А. $\begin{cases}\vec{a} = \vec{i} + \vec{j} - \vec{k} \\ \vec{b} = 2\vec{i} - \vec{j} - 3\vec{k}\end{cases}$. Б. $\begin{cases}\vec{a} = \vec{i} + \vec{j} - \vec{k} \\ \vec{b} = 2\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}\end{cases}$.

В. $\begin{cases}\vec{a} = \vec{i} + \vec{j} - \vec{k} \\ \vec{b} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + 5\vec{k}\end{cases}$. Г. $\begin{cases}\vec{a} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k} \\ \vec{b} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + 5\vec{k}\end{cases}$.

ТЗ 4.16. Які два вектори утворюють між собою гострий кут $(\cos\varphi > 0)$?

А. $\begin{cases}\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 4\vec{k} \\ \vec{b} = \vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}\end{cases}$. Б. $\begin{cases}\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 4\vec{k} \\ \vec{b} = \vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}\end{cases}$.

В. $\begin{cases}\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k} \\ \vec{b} = 2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}\end{cases}$. Г. $\begin{cases}\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 4\vec{k} \\ \vec{b} = \vec{i} - \vec{j} + \vec{k}\end{cases}$.

ТЗ 4.17. Які два вектори утворюють між собою тупий кут $(\cos\varphi < 0)$?

А. $\begin{cases}\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} \\ \vec{b} = 3\vec{i} + \vec{j} + 5\vec{k}\end{cases}$. Б. $\begin{cases}\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} \\ \vec{b} = \vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}\end{cases}$.

В. $\begin{cases}\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} \\ \vec{b} = 2\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}\end{cases}$. Г. $\begin{cases}\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} \\ \vec{b} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 5\vec{k}\end{cases}$.

ТЗ 4.18. Для яких двох векторів $\vec{a}$ і $\vec{b}$ кут φ між ними дорівнює $\varphi = \pi/3$ $\left(\cos\varphi = \cos(\pi/3) = 1/2\right)$?

А. $\begin{cases}\vec{a}=\vec{i}+\sqrt{3}\vec{k}\\ \vec{b}=\sqrt{2}\vec{i}+\sqrt{3}\vec{j}\end{cases}$. Б. $\begin{cases}\vec{a}=\vec{j}-\sqrt{3}\vec{k}\\ \vec{b}=\sqrt{6}\vec{i}+\sqrt{3}\vec{j}\end{cases}$.

В. $\begin{cases}\vec{a}=\vec{i}-\sqrt{3}\vec{k}\\ \vec{b}=2\vec{j}+\sqrt{3}\vec{k}\end{cases}$. Г. $\begin{cases}\vec{a}=\vec{j}+\sqrt{3}\vec{k}\\ \vec{b}=\sqrt{6}\vec{i}+\sqrt{3}\vec{k}\end{cases}$.

ТЗ 4.19. Які два вектори колінеарні (паралельні)?

А. $\begin{cases}\vec{a}=2\vec{i}-3\vec{j}+4\vec{k}\\ \vec{b}=4\vec{i}+6\vec{j}+8\vec{k}\end{cases}$. Б. $\begin{cases}\vec{a}=2\vec{i}-3\vec{j}+4\vec{k}\\ \vec{b}=4\vec{i}-6\vec{j}-8\vec{k}\end{cases}$.

В. $\begin{cases}\vec{a}=2\vec{i}-3\vec{j}+4\vec{k}\\ \vec{b}=-4\vec{i}+6\vec{j}-8\vec{k}\end{cases}$. Г. $\begin{cases}\vec{a}=2\vec{i}+3\vec{j}+4\vec{k}\\ \vec{b}=4\vec{i}-6\vec{j}-8\vec{k}\end{cases}$.

ТЗ 4.20. Який з векторів утворює з віссю Ox напрямний кут $\alpha=60^\circ$ $\left(\cos\alpha=a_x/|\vec{a}|\ ,\ \ \cos 60^\circ=1/2\right)$?

А. $\vec{a}=\vec{i}+\sqrt{2}\vec{j}+4\vec{k}$. Б. $\vec{a}=\sqrt{2}\vec{i}+\sqrt{3}\vec{j}+\sqrt{3}\vec{k}$.

В. $\vec{a}=\vec{i}-3\vec{j}+\sqrt{2}\vec{k}$. Г. $\vec{a}=\vec{i}+2\sqrt{2}\vec{j}+\sqrt{3}\vec{k}$.

Тема 3
Аналітична геометрія на площині

ТЗ 5.1. Яке з рівнянь є рівнянням прямої у відрізках на осях?

А. $\dfrac{x-x_0}{m}=\dfrac{y-y_0}{n}$; Б. $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1$;

В. $Ax+By+C=0$; Г. $y=kx+b$.

ТЗ 5.2. Яке з рівнянь є рівнянням прямої з кутовим коефіцієнтом?

А. $\dfrac{x-x_0}{m}=\dfrac{y-y_0}{n}$; Б. $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1$;

В. $y=kx+b$; Г. $Ax+By+C=0$.

ТЗ 5.3. Яке з рівнянь є рівнянням прямої, що проходить через дві задані точки?

А. $\dfrac{y-y_1}{y_2+y_1}=\dfrac{x-x_1}{x_2+x_1}$; Б. $\dfrac{y-y_1}{y_2-y_1}=\dfrac{x-x_1}{x_2-x_1}$;

В. $\dfrac{y-y_1}{y_2-y_1}=\dfrac{x-x_2}{x_2-x_1}$; Г. $y-y_0=k\left(x-x_0\right)$.

ТЗ 5.4. Яке з рівнянь є канонічним рівнянням прямої?

А. $\dfrac{x-x_0}{m}=\dfrac{y-y_0}{n}$; Б. $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1$;

В. $y=kx+b$; Г. $Ax+By+C=0$.

ТЗ 5.5. Які з рівнянь є загальним рівнянням прямої?

А. $Ax+By+C=0$; Б. $y=kx+b$;

В. $y-y_0=k\left(x-x_0\right)$; Г. $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1$.

ТЗ 5.6. Яке з рівнянь є рівнянням прямої, що проходить через задану точку і має заданий кутовий коефіцієнт?

А. $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$; Б. $\frac{y-y_1}{y_2-y_1}=\frac{x-x_1}{x_2-x_1}$;

В. $y=kx+b$; Г. $y-y_0=k\left(x-x_0\right)$.

ТЗ 5.7. Що називається кутовим коефіцієнтом k прямої l?

А. Кут нахилу прямої l до осі Ox: $k=\alpha$.

Б. Тангенс кута нахилу прямої l до осі Ox: $k=tg\alpha$.

В. Синус кута нахилу прямої l до осі Ox: $k=\sin\alpha$.

Г. Косинус кута нахилу прямої l до осі Oy: $k=\cos\beta$.

ТЗ 5.8. За якою формулою обчислюється кут φ між двома прямими $l_1:\ y=k_1x+b_1$ і $l_2:\ y=k_2x+b_2$?

А. $tg\varphi=\frac{k_1+k_2}{1-k_1k_2}$; Б. $tg\varphi=\frac{k_1+k_2}{1+k_1k_2}$;

В. $tg\varphi=\frac{k_2-k_1}{1-k_1k_2}$; Г. $tg\varphi=\frac{k_2-k_1}{1+k_1k_2}$.

ТЗ 5.9. Яка з прямих відсікає на осях координат Ox, Oy відповідно відрізки $a=2, b=5$?

А. $5x+3y-10=0$; Б. $5x+2y-9=0$;

В. $5x+2y-10=0$; Г. $5x-2y-10=0$.

ТЗ 5.10. Яка з прямих проходить через точки $M_1(1,\,3)$, $M_2(6,\,5)$?

А. $\frac{x-1}{4}=\frac{y-3}{2}$; Б. $\frac{x-1}{5}=\frac{y+3}{2}$;

В. $\frac{x+1}{4}=\frac{y+3}{2}$; Г. $\frac{x-1}{5}=\frac{y-3}{2}$.

ТЗ 6.1. Яке з рівнянь є рівнянням еліпса?

А. $4x^2-9y^2-36=0$; Б. $4x^2-9y^2+36=0$;

В. $4x^2+9y^2-36=0$; Г. $4x^2+9y^2+36=0$.

ТЗ 6.2. Яке з рівнянь є рівнянням гіперболи?

А. $9x^2+4y^2-36=0$; Б. $9x^2+4y^2+36=0$;

В. $9x^2-4y^2-36=0$; Г. $9x^2+4y-36=0$.

ТЗ 6.3. Яке з рівнянь є рівнянням кола?

А. $x^2-y^2+7=0$; Б. $5x^2+3y^2-7=0$;

В. $2x^2-4x+3y-7=0$; Г. $x^2-2x+y^2=0$.

ТЗ 6.4. Яке з рівнянь є рівнянням параболи?

А. $y^2=8x+4$; Б. $y^2=8x^2+4$;

В. $y^2+8x^2=4$; Г. $y=8x+4$.

ТЗ 6.5. Для якої гіперболи пряма $y=\frac{1}{2}x$ є асимптотою?

А. $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{9}=1$; Б. $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{16}=1$;

В. $\dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{4}=1$; Г. $\dfrac{y^2}{4}-\dfrac{x^2}{9}=1$.

ТЗ 6.6. Яка з гіпербол має ексцентриситет $\varepsilon=\dfrac{5}{4}$?

А. $\dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{9}=1$; Б. $\dfrac{x^2}{9}-\dfrac{y^2}{16}=1$;

В. $\dfrac{x^2}{9}-\dfrac{y^2}{9}=1$; Г. $\dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{16}=1$.

ТЗ 6.7. Яка з гіпербол має дійсну $a=5$ і уявну $b=2$ півосі?

А. $4x^2-16y^2=16$; Б. $4x^2-25y^2=100$;

В. $16x^2-4y^2=16$; Г. $25x^2-4y^2=100$.

ТЗ 6.8. Яка з гіпербол має фокальну відстань $F_1F_2=2c=8$?

А. $\dfrac{x^2}{8}-\dfrac{y^2}{8}=1$; Б. $\dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{9}=1$;

В. $\dfrac{x^2}{9}-\dfrac{y^2}{16}=1$; Г. $\dfrac{x^2}{18}-\dfrac{y^2}{18}=1$.

ТЗ 6.9. Який з еліпсів має фокальну відстань $F_1F_2=2c=6$?

А. $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$; Б. $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{16}=1$;

В. $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{9}=1$; Г. $\dfrac{x^2}{32}+\dfrac{y^2}{16}=1$.

ТЗ 6.10. Який з еліпсів має велику і малу півосі відповідно $a=5,\ b=2$?

А. $4x^2+16y^2=16$; Б. $4x^2+25y^2=100$;

В. $16x^2+4y^2=64$; Г. $25x^2+4y^2=100$.

Тема 4
Комплексні числа

ТЗ 7.1. Якщо $z_1=2+4i$ та $z_2=5+3i$, то значення виразу $z=3iz_1+2z_2$ дорівнює

А. $z=-4+6i$. Б. $z=-2+12i$.

В. $z=3+5i$. Г. $z=-3-12i$.

ТЗ 7.2. Якщо $z_1=3-2i$ та $z_2=5+4i$, то значення виразу $z=3z_1+2iz_2$ дорівнює

А. $z=1+4i$. Б. $z=5-2i$. В. $z=-3+8i$. Г. $z=3-4i$.

ТЗ 7.3. Якщо $z_1=-3+5i$ та $z_2=6+4i$, то значення виразу $z=4iz_1-3z_2$ дорівнює

А. $z=-5+2i$. Б. $z=3+4i$.

В. $z=-38-24i$. Г. $z=18-42i$.

ТЗ 7.4. Якщо $z_1=-5+3i$ та $z_2=2+4i$, то значення виразу $z=z_1\cdot z_2$ дорівнює

А. $z=-22-14i$. Б. $z=10-3i$.

В. $z=-5+4i$. Г. $z=-24+18i$.

ТЗ 7.5. Якщо $z_1 = 3 - 5i$ та $z_2 = 2 + 6i$, то значення виразу $z = z_1 \cdot z_2$ дорівнює

А. $z = 2 + 8i$. Б. $z = 36 + 8i$.

В. $z = 24 + 16i$. Г. $z = 26 - 14i$.

ТЗ 7.6. Якщо $z_1 = 3 - 8i$ та $z_2 = 4 + 5i$, то значення виразу $z = z_1 \cdot z_2$ дорівнює

А. $z = 38 + 4i$. Б. $z = 52 - 17i$.

В. $z = -16 + 23i$. Г. $z = -25 - 16i$.

ТЗ 7.7. Якщо $z_1 = 2 - 5i$ та $z_2 = 3 + 4i$, то значення виразу $z = z_1 / z_2$ дорівнює

А. $z = \frac{14}{27} - \frac{5}{9} i$. Б. $z = \frac{8}{25} + \frac{3}{5} i$.

В. $z = -\frac{14}{25} - \frac{23}{25} i$. Г. $z = \frac{12}{25} - \frac{27}{25} i$.

ТЗ 7.8. Якщо $z_1 = -4 + 5i$ та $z_2 = 6 - 4i$, то значення виразу $z = z_1 / z_2$ дорівнює

А. $z = -\frac{15}{26} - \frac{7}{26} i$. Б. $z = -\frac{11}{13} + \frac{7}{26} i$.

В. $z = -\frac{14}{25} - \frac{23}{25} i$. Г. $z = -\frac{11}{26} - \frac{29}{13} i$.

ТЗ 7.9. Якщо $z_1 = 3 - 2i$ та $z_2 = -5 + 4i$, то значення виразу $z = z_1 / z_2$ дорівнює

А. $z = -\frac{15}{41} - \frac{23}{41} i$. Б. $z = -\frac{11}{36} + \frac{7}{36} i$.

В. $z = -\frac{12}{41} + \frac{9}{41} i$. Г. $z = -\frac{7}{41} + \frac{22}{41} i$.

ТЗ 7.10. Подати комплексне число $z = 5\sqrt{3} - 5i$ у тригонометричній і показниковій (експоненціальній) формах.

А. $z = 10e^{-i\frac{\pi}{6}} = 10\left(\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)\right)$.

Б. $z = 10e^{-i\frac{\pi}{3}} = 10\left(\cos\frac{\pi}{3} - i\sin\frac{\pi}{3}\right)$.

В. $z = 5e^{-i\frac{\pi}{4}} = 5\left(\cos\frac{\pi}{4} - i\sin\frac{\pi}{4}\right)$.

Г. $z = 10e^{-i\frac{\pi}{6}} = 10\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)$.

ТЗ 7.11. Подати комплексне число $z = -4 + 4i$ у тригонометричній і показниковій (експоненціальній) формах.

А. $z = 4\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{3}} = 4\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$.

Б. $z = 4e^{-i\frac{\pi}{4}} = \frac{\pi}{\sqrt{2}}\left(\cos\frac{\pi}{4} - i\sin\frac{\pi}{4}\right)$.

В. $z = 4\sqrt{2}e^{i\frac{3}{4}\pi} = 4\sqrt{2}\left(\cos\frac{3}{4}\pi + i\sin\frac{3}{4}\pi\right)$.

Г. $z = 8e^{i\frac{3}{4}\pi} = 8\left(\cos\frac{3}{4}\pi - i\sin\frac{\pi}{4}\right)$.

ТЗ 7.12. Подати комплексне число $z=-3-3\sqrt{3}i$ у тригонометричній і показниковій (експоненціальній) формах.

А. $z=e^{i\frac{\pi}{3}}=\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}$.

Б. $z=6e^{i\frac{4}{3}\pi}=6\left(\cos\frac{4}{3}\pi+i\sin\frac{4}{3}\pi\right)$.

В. $z=6e^{i\frac{\pi}{4}}=6\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)$.

Г. $z=12e^{i\frac{2}{3}\pi}=12\left(\cos\frac{2}{3}\pi+i\sin\frac{2}{3}\pi\right)$.

ТЗ 7.13. Якщо $z_1=3e^{i\frac{\pi}{6}}$ та $z_2=4e^{i\frac{\pi}{3}}$, то значення виразу $z=z_1\cdot z_2$ в алгебраїчній формі дорівнює

А. $z=12e^{-i\frac{\pi}{2}}=-12i$. Б. $z=12e^{i\frac{\pi}{4}}=6\sqrt{2}+6\sqrt{2}i$.

В. $z=12e^{i\pi}=-12$. Г. $z=12e^{i\frac{\pi}{2}}=12i$.

ТЗ 7.14. Якщо $z_1=2e^{3i\pi}$ та $z_2=4e^{i\frac{\pi}{4}}$, то значення виразу $z=z_1\cdot z_2$ в алгебраїчній формі дорівнює

А. $z=8e^{-i\frac{3}{4}\pi}=-4\sqrt{2}-4\sqrt{2}i$. Б. $z=8e^{i\frac{\pi}{2}}=8i$.

В. $z=8e^{i\frac{\pi}{3}}=4\sqrt{3}-4i$. Г. $z=8e^{-i\frac{3}{4}\pi}=-4\sqrt{2}+2\sqrt{2}i$.

ТЗ 7.15. Якщо $z_1=5e^{-i\frac{\pi}{3}}$ та $z_2=2e^{i\frac{2}{3}\pi}$, то значення виразу $z=z_1\cdot z_2$ в алгебраїчній формі дорівнює

А. $z=10e^{i\frac{\pi}{4}}=5\sqrt{2}(1+i)$. Б. $z=10e^{i\frac{\pi}{3}}=5+5\sqrt{3}i$.

В. $z=5e^{-i\frac{\pi}{6}}=5\sqrt{3}-5i$. Г. $z=10e^{-i\frac{\pi}{3}}=5\sqrt{3}-5\sqrt{3}i$.

ТЗ 7.16. Значення виразу $z=z_1\cdot z_2$, де $z_1=12\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)$ і $z_2=2\left(\cos\frac{\pi}{12}+i\sin\frac{\pi}{12}\right)$, в алгебраїчній формі дорівнює

А. $z=24\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)=12+12\sqrt{3}i$.

Б. $z=24\left(\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6}\right)=12\sqrt{3}+12i$.

В. $z=24\left(\cos\frac{2\pi}{3}+i\sin\frac{2\pi}{3}\right)=-12+12\sqrt{3}i$.

Г. $z=14\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)=7+7\sqrt{3}i$.

ТЗ 7.17. Значення виразу $z=z_1\cdot z_2$, де $z_1=16\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)$ і $z_2=2\left(\cos\frac{5\pi}{6}+i\sin\frac{5\pi}{6}\right)$, в алгебраїчній формі дорівнює

А. $z = 14\left(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2}\right) = 14i$.

Б. $z = 32\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right) = 16\sqrt{3} + 16i$.

В. $z = 32\left(\cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3}\right) = -16 + 16\sqrt{3}i$.

Г. $z = 32\left(\cos\frac{7\pi}{6} + i\sin\frac{7\pi}{6}\right) = -16\sqrt{3} - 16i$.

ТЗ 7.18. Якщо $z_1 = 3e^{i\frac{\pi}{6}}$ та $z_2 = 2e^{-i\frac{\pi}{3}}$, то значення виразу $z = z_1/z_2$ в алгебраїчній формі дорівнює

А. $z = \frac{3}{2}e^{i\frac{\pi}{2}} = \frac{3}{2}i$. Б. $z = \frac{3}{2}e^{-i\frac{3}{4}\pi} = -\frac{3\sqrt{2}}{4} - \frac{3\sqrt{2}}{4}i$.

В. $z = \frac{3}{2}e^{-i\frac{5}{6}\pi} = \frac{3\sqrt{3}}{4} - \frac{3\sqrt{3}}{4}i$. Г. $z = \frac{3}{2}e^{i\frac{\pi}{4}} = \frac{3\sqrt{2}}{4} + \frac{3\sqrt{2}}{4}i$.

ТЗ 7.19. Значення виразу $z = z_1/z_2$, де $z_1 = 12\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)$ і $z_2 = 2\left(\cos\frac{\pi}{12} + i\sin\frac{\pi}{12}\right)$, в алгебраїчній формі дорівнює

А. $z = 24\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right) = 12 + 12\sqrt{3}i$.

Б. $z = 6\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right) = 3 + 3\sqrt{3}i$.

В. $z = 6\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right) = 3\sqrt{3} + 3i$.

Г. $z = 6\left(\cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3}\right) = -3 + 3\sqrt{3}i$.

ТЗ 7.20. Значення виразу $z = z_1/z_2$, де $z_1 = 8\left(\cos\frac{5\pi}{6} + i\sin\frac{5\pi}{6}\right)$ і $z_2 = 2\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$, в алгебраїчній формі дорівнює

А. $z = 4\left(\cos\frac{7\pi}{6} + i\sin\frac{7\pi}{6}\right) = -2\sqrt{3} - 2i$.

Б. $z = 4\left(\cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3}\right) = -2 + 2\sqrt{3}i$.

В. $z = 4\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right) = 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}i$.

Г. $z = 4\left(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2}\right) = 4i$.

Тема 5
Диференціальне числення

ТЗ 8.1. Якщо C – стала, то $\lim\limits_{x\to x_0} C =$

А. 1 ;   Б. C ;   В. 0 ;   Г. ∞ .

ТЗ 8.2. Якщо границі функцій $f(x)$ і $g(x)$ існують при $x \to x_0$, то $\lim\limits_{x \to x_0}[f(x)+g(x)]=$

А. 0 ;   Б. $\dfrac{\lim\limits_{x \to x_0} f(x)}{\lim\limits_{x \to x_0} g(x)}$;   В. $\lim\limits_{x \to x_0} f(x)+\lim\limits_{x \to x_0} g(x)$;

Г. $g(x)\lim\limits_{x \to x_0} f(x)+f(x)\lim\limits_{x \to x_0} g(x)$.

ТЗ 8.3. Якщо границі функцій $f(x)$ і $g(x)$ існують при $x \to x_0$, то $\lim\limits_{x \to x_0} f(x)\cdot g(x)=$

А. $\lim\limits_{x \to x_0} f(x)\cdot \lim\limits_{x \to x_0} g(x)$;   Б. 1 ;   В. $\lim\limits_{x \to x_0} f(x)$;

Г. $g(x)\lim\limits_{x \to x_0} f(x)+f(x)\lim\limits_{x \to x_0} g(x)$.

ТЗ 8.4. Якщо границя $f(x)$ існує при $x \to x_0$ і C – стала, то $\lim\limits_{x \to x_0} Cf(x)=$

А. C ;   Б. $\lim\limits_{x \to x_0} f(x)$;   В. 0 ;   Г. $C\lim\limits_{x \to x_0} f(x)$.

ТЗ 8.5. Якщо границі функцій $f(x)$ і $g(x)$ існують при $x \to x_0$, а $\lim\limits_{x \to x_0} g(x) \neq 0$, то $\lim\limits_{x \to x_0} \dfrac{f(x)}{g(x)}=$

А. $\dfrac{g(x)\lim\limits_{x \to x_0} f(x)-f(x)\lim\limits_{x \to x_0} g(x)}{[g(x)]^2}$; Б. $\dfrac{\lim\limits_{x \to x_0} f(x)}{\lim\limits_{x \to x_0} g(x)}$;

В. 1 ;   Г. $\lim\limits_{x \to x_0} g(x)$.

ТЗ 8.6. $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^2-5x+4}{(x-1)(x+3)}=$

А. $-\dfrac{3}{4}=-0{,}75$; Б. $\dfrac{1}{3}=0{,}(3)$; В. 0 ; Г. $+\infty$.

ТЗ 8.7. $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{x^2-6x+8}{x^2-4}=$

А. 1 ; Б. $-\dfrac{5}{4}=-1{,}25$; В. $-\dfrac{1}{2}=-0{,}5$; Г. ∞ .

ТЗ 8.8. $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{x^2-x-6}{x^2-9}=$

А. $\dfrac{5}{6}=0{,}8(3)$; Б. $\dfrac{3}{2}=1{,}5$;   В. 4 ; Г. 0 .

ТЗ 8.9. $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{3x^4+2x^2-1}{5x^2+8x+2}=$

А. $\dfrac{1}{4}=0{,}25$; Б. $\dfrac{3}{5}=0{,}6$; В. 0 ; Г. ∞ .

ТЗ 8.10. $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{8x^6-3x^5+4}{5x^6+4x^3+1}=$

А. 0 ; Б. $\frac{8}{5}=1{,}6$; В. ∞ ; Г. 4 .

ТЗ 9.1. Похідна функції $y=x^5+5^x$ дорівнює

А. $\frac{x^5}{5}+\frac{5^x}{\ln 5}$; Б. $x^5\ln x+5^x\ln 5$;

В. $5x^4+5^x\ln 5$; Г. $5x^4+x5^{x-1}$.

ТЗ 9.2. Похідна функції $y=\sin\sqrt{x}-\sqrt{\cos x}$ дорівнює

А. $\frac{\cos\sqrt{x}}{2\sqrt{x}}-\frac{\sin x}{2\sqrt{\cos x}}$; Б. $\cos\sqrt{x}-\frac{1}{2\sqrt{\sin x}}$;

В. $\frac{\sqrt{x}}{2\sqrt{\sin x}}-\frac{\sin x}{2\sqrt{x}}$; Г. $\frac{\cos\sqrt{x}}{2\sqrt{x}}+\frac{\sin x}{2\sqrt{\cos x}}$.

ТЗ 9.3. Похідна функції $y=tg^2 x-ctgx^2$ дорівнює

А. $\frac{2}{\cos^2 x}+\frac{2}{\sin^2 x}$; Б. $\frac{2\sin x}{\cos^2 x}+\frac{2x}{\sin^2 x}$;

В. $\frac{2tgx}{\cos^2 x}+\frac{2x}{\sin^2 x^2}$; Г. $-\frac{2\sin x}{\cos^2 x}+\frac{2\cos x^2}{\sin^2 x^2}$.

ТЗ 9.4. Похідна функції $y=arctg\, e^{\sin x}$ дорівнює

А. $\frac{e^{\sin x}}{1+e^{2\sin x}}$; Б. $\frac{e^{\sin x}\cos x}{1+e^{2\sin x}}$;

В. $\frac{e^{\sin x}\cos x}{1-e^{2\sin x}}$; Г. $\frac{e^{\sin x}}{\sqrt{1-e^{2\sin x}}}$.

ТЗ 9.5. Похідна функції $y=ctg\ln x$ дорівнює

А. $-\frac{1}{x\sin^2\ln x}$; Б. $-\frac{\cos\ln x}{\sin^2\ln x}$; В. $-\frac{2\sin x\cos x}{\sin^2\ln x}$; Г. $\frac{1}{x\cos^2\ln x}$.

ТЗ 9.6. Похідна функції $y=\sqrt[3]{\arcsin x}$ дорівнює

А. $\frac{1}{3\sqrt{\arcsin x}}$; Б. $\frac{1}{3\sqrt[3]{\arcsin x}\sqrt{1-x^2}}$;

В. $\frac{3\arcsin^2 x}{\sqrt{1-x^2}}$; Г. $\frac{1}{3\sqrt[3]{\arcsin^2 x}\sqrt{1-x^2}}$.

ТЗ 9.7. Похідна функції $y=\arccos\sqrt[5]{x^2}$ дорівнює

А. $\frac{2}{5}\arccos x^{-3/5}$; Б. $-\frac{2x^{-3/5}}{5\sqrt{1-\sqrt[5]{x^4}}}$;

В. $\frac{2}{5x^{3/5}\sqrt{1-\sqrt[5]{x^4}}}$; Г. $\frac{5}{2}\arcsin x^{3/5}$.

ТЗ 9.8. Похідна функції $y=arcctg\sin x$ дорівнює

А. $-\frac{\cos x}{1+\sin^2 x}$; Б. $\frac{\cos x}{1-\sin^2 x}$;

В. $-\dfrac{1}{\cos x\left(1+\sin^2 x\right)}$; Г. $-\dfrac{2\sin x\cos x}{1+\sin^2 x}$.

ТЗ 9.9. Похідна функції $y=2^{tgx}$ дорівнює

А. $\dfrac{tgx\cdot 2^{tgx-1}}{\cos^2 x}$; Б. $-\dfrac{2^{tgx}\sin x}{\cos^2 x}$; В. $\dfrac{2^{tgx}\ln 2}{\cos^2 x}$; Г. $\dfrac{2^{tgx}\ln 2}{\sin^2 x}$.

ТЗ 9.10. Похідна функції $y=e^{2tgx}$ у точці $x=0$ дорівнює

А. $\ln 2$; Б. e^2 ; В. 1 ; Г. 2 .

ТЗ 10.1. Критичними точками першої похідної y' функції $y=x^3+x^2+5$ є

А. $\{2/3\}$; Б. $\{1;0\}$; В. $\{0;-2/3\}$; Г. $\{0;-3/2\}$.

ТЗ 10.2. Критичними точками першої похідної y' функції $y=x\ln x-2x$ є

А. $\{e\}$; Б. $\{1;0\}$; В. $\{0;e\}$; Г. $\{0;-1\}$.

ТЗ 10.3. Критичними точками першої похідної y' функції $y=\sqrt[3]{x^2}e^{x/3}$ є

А. $\{-2\}$; Б. $\{0;2;3\}$; В. $\{0;e^2\}$; Г. $\{0;-2\}$.

ТЗ 10.4. Критичними точками першої похідної y' функції $y=\sqrt[3]{x^3-3x^2}$ є

А. $\{0;-1;1\}$; Б. $\{2;3\}$; В. $\{0;-1\}$; Г. $\{0;2;3\}$.

ТЗ 10.5. Критичними точками першої похідної y' функції $y=\sqrt[3]{1-x^2}$ є

А. $\{1;0\}$; Б. $\{0;-1;1\}$; В. $\{0;-1\}$; Г. $\{0\}$.

ТЗ 10.6. Критичними точками першої похідної y' функції $y=x^3/\left(x^2-12\right)$ є

А. $\{-6;6\}$; Б. $\{0;-1;1\}$; В. $\{0;-6;6\}$; Г. $\{0\}$.

ТЗ 10.7. Критичними точками першої похідної y' функції $y=e^x/\left(x^2-3\right)$ є

А. $\{-1;3\}$; Б. $\{0;-\sqrt{3};\sqrt{3}\}$; В. $\{0;1;3\}$; Г. $\{0\}$.

ТЗ 10.8. Критичними точками першої похідної y' функції $y=e^{-1/x}/x$ є

А. $\{0;1\}$; Б. $\{1\}$; В. $\{0;1;3\}$; Г. $\{0;-2\}$.

ТЗ 10.9. Критичними точками першої похідної y' функції $y=x^2e^{-x^2/4}$ є

А. $\{0;-2;2\}$; Б. $\{0;2;4\}$; В. $\{0;1\}$; Г. $\{0;-2\}$.

ТЗ 10.10. Критичними точками першої похідної y' функції $y=\dfrac{\ln^2 x}{x}$ є

А. $\{0;-2\}$; Б. $\{0;1;e^2\}$; В. $\{1;e\}$; Г. $\{1;e^2\}$.

ТЗ 11.1. Точками перегину графіка функції $y=x\ln^2 x$ є

А. $M\left(e^{-1};e^{-1}\right)$; Б. $M(e;e)$; В. $M\left(e^{-1};0\right)$; Г. $M(-1;0)$.

ТЗ 11.2. Точками перегину графіка функції

$y=x\ln^2 x-2x\ln x-x$ є

А. не існує; Б. $M_1(0;0)$; $M_2(1;1)$;

В. $M(1;-1)$; Г. $M(-1;0)$.

ТЗ 11.3. Точками перегину графіка функції

$y=x^6+\dfrac{3}{2}x^5-5x^4-\dfrac{41}{2}x+24$ є

А. $M_1(0;24)$; $M_2(-2;1)$; $M_3(1;1)$; Б. $M(-1;0)$;

В. $M_1(-2;1)$; $M_2(1;1)$; Г. $M_1(-2;-1)$; $M_2(1;0)$.

ТЗ 11.4. Точками перегину графіка функції $y = x\ln\left(1+x^2\right)+1$ є

А. $M_1(0;-1)$; $M_2(1;1)$; Б. $M(0;1)$;

В. не існує; Г. $M(-1;0)$.

ТЗ 11.5. Точками перегину графіка функції

$$y = \frac{1}{2}x^4 - 4x^3 + 12x^2 - 10x - 4 \quad є$$

А. не існує; Б. $M(-1;0)$;

В. $M_1(2;-4)$; $M_2(1;1)$; Г. $M(2;2)$.

ТЗ 11.6. Точками перегину графіка функції

$$y = x\ln\left(1+x^2\right) + 2\,arctg\,x - 1 \quad є$$

А. $M(0;-1)$; Б. не існує;

В. $M(0;0)$; Г. $M_1(0;1)$; $M_2(1;-1)$.

ТЗ 11.7. Точками перегину графіка функції

$$y = 2x^6 - 5x^4 + 2x + 3 \quad є$$

А. $M_1(0;3)$; $M_2(-1;-2)$; $M_3(1;2)$; Б. $M(0;0)$;

В. $M_1(-2;1)$; $M_2(1;1)$; Г. $M_1(-1;-2)$; $M_2(1;2)$.

ТЗ 11.8. Точками перегину графіка функції $y = 3x^5 - 5x^4 + 4x$ є

А. $M_1(0;0)$; $M_2(1;2)$; Б. $M(1;2)$;

В. $M_1(2;-1)$; $M_2(-1;1)$; Г. $M(2;1)$.

ТЗ 11.9. Точками перегину графіка функції $y = \dfrac{x^3 - x^2 + 1}{x^2 - 1}$ є

А. $M_1(0;0)$; Б. $M(2;5)$;

В. $M_1(1;-1)$; $M_2(-1;1)$; Г. $M(0;-1)$.

ТЗ 11.10. Точками перегину графіка функції $y = x^3 - 6x\ln x$ є

А. $M(1;1)$; Б. не існує;

В. $M_1(1;1)$; $M_2(0;0)$; Г. $M(1;0)$.

ТЗ 12.1. Вертикальною асимптотою до графіка функції $y = \dfrac{x^2 - 4}{x^2 - x - 2}$ служить пряма, рівняння якої

А. не існує; Б. $x = 2$; В. $x = -2$; Г. $x = -1$.

ТЗ 12.2. Вертикальною асимптотою до графіка функції $y = \dfrac{3x^2 - 7x + 4}{x^2 - 5x + 4}$ служить пряма, рівняння якої

А. $x = 1$; Б. $x = 4$; В. $y = 1$; Г. не існує .

ТЗ 12.3. Вертикальною асимптотою до графіка функції $y = \dfrac{x^2 - 5x + 6}{x^2 + 9}$ служить пряма, рівняння якої

А. $x=3$; Б. $x=2$; В. $y=3$; Г. не існує .

ТЗ 12.4. Вертикальною асимптотою до графіка функції $y=\dfrac{x^2-4x}{(x-2)^2}$ служить пряма, рівняння якої

А. $x=2$; Б. не існує; В. $x=0$; Г. $x=4$.

ТЗ 12.5. Вертикальною асимптотою до графіка функції $y=arctg\dfrac{1}{x}$ служить пряма, рівняння якої

А. $x=0$; Б. $x=-\pi/2$; В. не існує; Г. $y=0$.

ТЗ 12.6. Вертикальною асимптотою до графіка функції $y=\dfrac{arctg\,x}{x(x-1)}$ служить пряма, рівняння якої

А. $x=0$; Б. $x=\pi/2$; В. не існує; Г. $x=1$.

ТЗ 12.7. Вертикальною асимптотою до графіка функції $y=\dfrac{\sin x}{x(x-2)}$ служить пряма, рівняння якої

А. $x=2$; Б. $x=0$; В. не існує; Г. $x=\pi/2$.

ТЗ 12.8. Вертикальною асимптотою до графіка функції $y=\dfrac{\arcsin x}{x(x-\pi/2)}$ служить пряма, рівняння якої

А. не існує; Б. $x=0$; В. $x=-\pi/2$; Г. $x=\pi/2$.

ТЗ 12.9. Вертикальною асимптотою до графіка функції $y=\dfrac{\ln(x-1)}{x(x+2)}$ служить пряма, рівняння якої

А. не існує; Б. $x=0$; В. $x=1$; Г. $x=-2$.

ТЗ 12.10. Вертикальною асимптотою до графіка функції $y=\dfrac{e^x-1}{x(x+2)}$ служить пряма, рівняння якої

А. $x=0$; Б. не існує; В. $x=-1$; Г. $x=-2$.

Тема 6
Інтегральне числення

ТЗ 13.1. Функція $F(x)$ називається первісною для функції $f(x)$ на $[a,b]$, якщо

А. для $\forall x\in[a,b]$ $F'(x)=f(x)$; Б. для $\forall x\in[a,b]$ $F'(x)\neq f(x)$;

В. для $\forall x\in[a,b]$ $f'(x)=F(x)$; Г. для $\forall x\in[a,b]$ $F'(x)>f(x)$.

ТЗ 13.2. Невизначеним інтегралом $\int f(x)dx$ називається

А. похідна від підінтегральної функції $f(x)$: $\int f(x)dx=f'(x)$.

Б. сукупність усіх первісних для підінтегральної функції $f(x)$: $\int f(x)dx=F(x)+C$, де $F(x)$ – одна з первісних, C – довільна стала.

В. сукупність усіх функцій, що визначаються виразом $\int f(x)dx=f(x)+C$, де C – довільна стала.

Г. диференціал первісної $F(x)$: $\int f(x)dx = dF(x)$.

ТЗ 13.3. Інтеграл $\int[\alpha f(x)+\beta g(x)]dx$, де $\forall\alpha,\beta$ – сталі, дорівнює

А. $\alpha\int f(x)dx+\beta\int g(x)dx$; Б. $\alpha\int f(x)dx-\beta\int g(x)dx$;

В. $\beta\int f(x)dx+\alpha\int g(x)dx$; Г. $\beta\int g(x)dx-\alpha\int f(x)dx$.

ТЗ 13.4. Яка рівність відповідає одній з форм методу заміни змінної?

А. $\int f[\varphi'(x)]\varphi'(x)dx = \begin{vmatrix} u=\varphi'(x) \\ du=\varphi'(x)dx \end{vmatrix} = \int f(u)du$.

Б. $\int f[\varphi(x)]\varphi(x)dx = \begin{vmatrix} u=\varphi(x) \\ du=\varphi'(x)dx \end{vmatrix} = \int f(u)du$.

В. $\int f[\varphi'(x)]\varphi(x)dx = \begin{vmatrix} u=\varphi'(x) \\ du=\varphi(x)dx \end{vmatrix} = \int f(u)du$.

Г. $\int f[\varphi(x)]\varphi'(x)dx = \begin{vmatrix} u=\varphi(x) \\ du=\varphi'(x)dx \end{vmatrix} = \int f(u)du$.

ТЗ 13.5. Яка рівність відповідає одній з форм методу заміни змінної?

А. $\int f(x)dx = \begin{vmatrix} x=\varphi'(u); \\ dx=\varphi'(u)du \end{vmatrix} = \int f(\varphi'(u))\varphi'(u)du$.

Б. $\int f(x)dx = \begin{vmatrix} x=\varphi(u); \\ dx=\varphi'(u)du \end{vmatrix} = \int f(\varphi(u))du$.

В. $\int f(x)dx = \begin{vmatrix} x=\varphi(u); \\ dx=\varphi'(u)du \end{vmatrix} = \int f(\varphi(u))\varphi'(u)du$.

Г. $\int f(x)dx = \begin{vmatrix} x=\varphi(u); \\ dx=\varphi(u)du \end{vmatrix} = \int f(\varphi(u))\varphi(u)du$.

ТЗ 13.6. Невизначений інтеграл $\int f(ax+b)dx$ дорівнює

А. $\frac{1}{a}F(ax+b)+C$, де $F(x)$ – одна з первісних для функції $f(x)$, C – довільна стала.

Б. $F(ax+b)+C$, де $F(x)$ – одна з первісних для функції $f(x)$, C – довільна стала.

В. $\frac{1}{b}F(ax+b)+C$, де $F(x)$ – одна з первісних для функції $f(x)$, C – довільна стала.

Г. $aF(ax+b)+C$, де $F(x)$ – одна з первісних для функції $f(x)$, C – довільна стала.

ТЗ 13.7. Невизначений інтеграл $\int \frac{f'(x)}{f(x)}dx$ дорівнює

А. $-\frac{1}{f^2(x)}+C$. Б. $-\frac{1}{f(x)}+C$. В. $\ln|f(x)|+C$.

Г. $\lg|f(x)|+C$.

ТЗ 13.8. Яке співвідношення називається формулою "інтегрування частинами"?

А. $\int udv = uv+\int vdu$; Б. $\int udv = uv-\int vdu$;

В. $\int udv = uv+\int uvdu$; Г. $\int udv = uv-\int uvdu$.

ТЗ 13.9. Який раціональний дріб $R(x)=\dfrac{P_m(x)}{Q_n(x)}$, де $P_m(x)$ і $Q_n(x)$ – многочлени відповідно степеня m і n, називається неправильним? Яке співвідношення застосовується для інтегрування неправильного раціонального дробу?

А. дріб, у якому $m<n$; $\int \dfrac{P_m(x)}{Q_n(x)}dx = S_{m-n}(x)+\int \dfrac{R_r(x)}{Q_n(x)}dx$, де $S_{m-n}(x)$ – ціла частина, $\dfrac{R_r(x)}{Q_n(x)}$ – правильний дріб.

Б. дріб, у якому $m\ge n$; $\int \dfrac{P_m(x)}{Q_n(x)}dx = \int S_{m-n}(x)\,dx + \quad +\int \dfrac{R_r(x)}{Q_n(x)}dx$, де $S_{m-n}(x)$ – ціла частина, $\dfrac{R_r(x)}{Q_n(x)}$ – правильний дріб.

В. дріб, у якому $m\ge n$; $\int \dfrac{P_m(x)}{Q_n(x)}dx = S_{m-n}(x)\cdot R_r(x) - \quad -\int R_r(x)dS_{m-n}(x)$, де $S_{m-n}(x)$ – ціла частина, $\dfrac{R_r(x)}{Q_n(x)}$ – правильний дріб.

Г. дріб, у якому $m\ge n$; $\int \dfrac{P_m(x)}{Q_n(x)}dx = \int S_{m-n}(x)\,dx + \quad +\int R_r(x)dx$, де $S_{m-n}(x)$ – ціла частина, $\dfrac{R_r(x)}{Q_n(x)}$ – правильний дріб.

ТЗ 13.10. Який раціональний дріб $R(x)=\dfrac{P_m(x)}{Q_n(x)}$, де $P_m(x)$ і $Q_n(x)$ – многочлени відповідно степеня m і n, називається правильним? Яке співвідношення застосовується для інтегрування правильного раціонального дробу?

А. дріб, у якому $m\ge n$; $\int \dfrac{P_m(x)}{Q_n(x)}dx = \int P_m(x)dx + \int Q_n(x)dx$.

Б. дріб, у якому $m<n$; $\int \dfrac{P_m(x)}{Q_n(x)}dx = P_m(x) + \int Q_n(x)dx$.

В. дріб, у якому $m<n$; $\int \dfrac{P_m(x)}{Q_n(x)}dx = P_m(x)\cdot Q_n(x) - \int P_m(x)dQ_n(x)$.

Г. дріб, у якому $m<n$; $\int \dfrac{P_m(x)}{Q_n(x)}dx = \sum\limits_i \int E_i(x)\,dx$, де $E_i(x)$ – елементарний дріб, що відповідає одній із складових розкладу знаменника на прості дійсні множники.

ТЗ 14.1. Невизначений інтеграл $\int \sin(3x+2)dx$ дорівнює

А. $\cos(3x+2)+C$. Б. $-\cos(3x+2)+C$.

В. $-\dfrac{1}{3}\cos(3x+2)+C$. Г. $-\dfrac{1}{2}\cos(3x+2)+C$.

ТЗ 14.2. Невизначений інтеграл $\int cos(2x+3)dx$ дорівнює

А. $\dfrac{1}{3}\sin(2x+3)+C$. Б. $\dfrac{1}{2}\sin(2x+3)+C$.

В. $\sin(2x+3)+C$. Г. $-2\sin(2x+3)+C$.

ТЗ 14.3. Невизначений інтеграл $\int tg3x\,dx$ дорівнює

А. $-\ln|\cos 3x|+C$. Б. $\ln|\sin 3x|+C$. В. $3\ln|\cos 3x|+C$.

Г. $-\frac{1}{3}\ln|\cos 3x|+C$.

ТЗ 14.4. Невизначений інтеграл $\int ctg 4x dx$ дорівнює

А. $\frac{1}{4}\ln|\sin 4x|+C$. Б. $-\ln(\sin 4x)+C$.

В. $4\ln|\sin 4x|+C$. Г. $\ln(\sin 4x)+C$.

ТЗ 14.5. Невизначений інтеграл $\int \frac{3x^2-2x+4}{x^3-x^2+4x+3}dx$ дорівнює

А. $3\ln\left|x^3-x^2+4x+3\right|+C$. Б. $\ln\left|x^3-x^2+4x+3\right|+C$.

В. $\ln\left|3x^2-2x+4\right|+C$. Г. $-\frac{1}{\left(x^3-x^2+4x+3\right)^2}+C$.

ТЗ 14.6. Невизначений інтеграл $\int \frac{x^3}{4x^4+1}dx$ дорівнює

А. $\frac{1}{4}\lg\left|4x^4+1\right|+C$. Б. $\frac{1}{16}\ln\left|4x^4+1\right|+C$.

В. $4\ln\left|4x^4+1\right|+C$. Г. $\ln\left|4x^4+1\right|+C$.

ТЗ 14.7. Невизначений інтеграл $\int \frac{e^{3x}}{e^{3x}+5}dx$ дорівнює

А. $\ln\left|e^{3x}+5\right|+C$. Б. $3\ln\left|e^{3x}+5\right|+C$.

В. $\frac{1}{3}\ln\left|e^{3x}+5\right|+C$. Г. $4\ln\left|e^{3x}+5\right|+C$.

ТЗ 14.8. Невизначений інтеграл $\int \frac{1}{(1+x^2)arctg\,x}dx$ дорівнює

А. $\ln|arctg\,x|+C$. Б. $x\,arctg\,x+C$.

В. $\ln\left|1+x^2\right|+C$. Г. $arctgx\cdot\ln x+C$.

ТЗ 14.9. Невизначений інтеграл $\int \frac{arctg^3 x}{1+x^2}dx$ дорівнює

А. $arctg^4 x+C$. Б. $4arctg^4 x+C$.

В. $\frac{1}{4}arctg^4 x+C$. Г. $3arctg^2 x+C$.

ТЗ 14.10. Невизначений інтеграл $\int \frac{\sqrt{\ln x}}{x}dx$ дорівнює

А. $\frac{1}{2\sqrt{\ln x}}+C$. Б. $\frac{2}{3}\sqrt{\ln^3 x}+C$.

В. $\frac{3}{2}\sqrt{\ln^3 x}+C$. Г. $2\sqrt{\ln x}+C$.

ТЗ 15.1. У чому полягає геометричний зміст визначеного інтеграла $\int\limits_a^b f(x)dx$?

А. $\int\limits_a^b f(x)dx = S$ дорівнює площі криволінійної трапеції, що обмежена лініями: $y=0,\ x=a,\ x=b,\ y=f(x)$ в декартовій системі координат Oxy.

Б. $\int\limits_a^b f(x)dx = S$ дорівнює площі криволінійної трапеції, що обмежена лініями: $y=1,\ x=a$, $x=b,\ y=f(x)$ в декартовій системі координат Oxy.

В. $\int\limits_a^b f(x)dx = S$ дорівнює площі криволінійної трапеції, що обмежена лініями: $y=0,\ x=0,\ x=b,\ y=f(x)$ в декартовій системі координат Oxy.

Г. $\int\limits_a^b f(x)dx = S$ дорівнює площі криволінійного сектора, обмеженого лініями: $\varphi=a,\ \varphi=b$, $\rho=f(\varphi)$ в полярній системі координат.

ТЗ 15.2. В чому полягає зв'язок між невизначеним інтегралом $\int f(x)dx$ і інтегралом зі змінною верхньою межею $\int\limits_a^x f(t)dt$?

А. $\int f(x)dx = \int\limits_a^b f(t)dt + C$, де C – довільна стала.

Б. $\int f(x)dx = \int\limits_a^x f(t)dt$.

В. $\int f(x)dx = \int\limits_a^a f(t)dt + C$, де C – довільна стала.

Г. $\int f(x)dx = \int\limits_a^x f(t)dt + C$, де C – довільна стала.

ТЗ 15.3. Чому дорівнює $\int\limits_a^b [\alpha f(x) + \beta g(x)]dx$, де α, β – довільні сталі?

А. $\int\limits_a^b [\alpha f(x) + \beta g(x)]dx = \alpha\int\limits_a^b g(x)dx + \beta\int\limits_a^b f(x)dx$.

Б. $\int\limits_a^b [\alpha f(x) + \beta g(x)]dx = \alpha\int\limits_a^b f(x)dx + \beta\int\limits_a^b g(x)dx$.

В. $\int\limits_a^b [\alpha f(x) + \beta g(x)]dx = \alpha\int\limits_a^b f(x)dx + \alpha\int\limits_a^b g(x)dx$.

Г. $\int\limits_a^b [\alpha f(x) + \beta g(x)]dx = \beta\int\limits_a^b f(x)dx + \beta\int\limits_a^b g(x)dx$.

ТЗ 15.4. Як виглядає формула Ньютона–Лейбніца, що виражає зв'язок між визначеним інтегралом $\int_a^b f(x)dx$ і відповідним невизначеним інтегралом $\int f(x)dx = F(x)+C$?

А. $\int_a^b f(x)\,dx = F(x)\big|_a^b = F(a)-F(b)$. Б. $\int_a^b f(x)\,dx = f(x)\big|_a^b = f(b)-f(a)$.

В. $\int_a^b f(x)\,dx = F(x)\big|_a^b = F(x)-F(b)-F(a)$.

Г. $\int_a^b f(x)\,dx = F(x)\big|_a^b = F(b)-F(a)$.

ТЗ 15.5. Як виглядає одна з форм заміни змінної у визначеному інтегралі?

А. $\int_a^b f[\varphi(x)]\varphi'(x)dx = \left|\begin{matrix} u=\varphi(x);\ du=\varphi'(x)dx \\ u_1=\varphi(a);\ u_2=\varphi(b) \end{matrix}\right| = \int_{u_1}^{u_2} f(u)du$.

Б. $\int_a^b f[\varphi(x)]\varphi'(x)dx = \left|\begin{matrix} u=\varphi(x);\ du=\varphi'(x)dx \\ u_1=a;\ u_2=b \end{matrix}\right| = \int_a^b f(u)du$.

В. $\int_a^b f[\varphi(x)]dx = \left|\begin{matrix} u=\varphi(x);\ du=\varphi'(x)dx \\ u_1=a;\ u_2=b \end{matrix}\right| = \int_a^b f(u)du$.

Г. $\int_a^b f[\varphi(x)]dx = \left|\begin{matrix} u=\varphi(x);\ du=\varphi'(x)dx \\ u_1=\varphi(a);\ u_2=\varphi(b) \end{matrix}\right| = \int_{u_1}^{u_2} f(u)du$.

ТЗ 15.6. Як виглядає формула інтегрування частинами у визначеному інтегралі?

А. $\int_a^b u\,dv = u\big|_a^b + v\big|_a^b - \int_a^b v\,du$. Б. $\int_a^b u\,dv = uv\big|_a^b + \int_a^b v\,du$.

В. $\int_a^b u\,dv = uv\big|_a^b - \int_a^b v\,du$. Г. $\int_a^b u\,dv = v\big|_a^b - u\int_a^b v\,du$.

ТЗ 15.7. Чому дорівнює визначений інтеграл $\int_0^1 (x+1)^3 dx$?

А. $17/4$. Б. $15/4$. В. $16/3$. Г. $15/3$.

ТЗ 15.8. Чому дорівнює визначений інтеграл $\int_0^{\pi/6} \sin 3x dx$?

А. $1/6$. Б. $1/4$. В. $1/3$. Г. $2/3$.

ТЗ 15.9. Чому дорівнює визначений інтеграл $\int_0^1 \frac{x}{x^2+4}dx$?

А. $\frac{1}{2}\ln\frac{5}{4}$. Б. $\ln\frac{5}{4}$. В. $\ln 5 - \ln 4$. Г. $2\ln\frac{5}{4}$.

ТЗ 15.10. Чому дорівнює визначений інтеграл $\int_0^2 \frac{1}{x^2+4}dx$?

А. $\pi/4$. Б. $\pi/6$. В. $\pi/2$. Г. $\pi/8$.

ТЗ 16.1. Площа S плоскої області D, правильної (стандартної) у напрямку координатної осі Ox (рис. 1), обчислюється за формулою

А. $S=\int_a^b (y_1(x)+y_2(x))dx$. Б. $S=\int_a^b (y_2(x)-y_1(x))dx$.

В. $S=\int_a^b y_1(x)\cdot y_2(x)dx$. Г. $S=\int_a^b (y_1(x)-y_2(x))dx$.

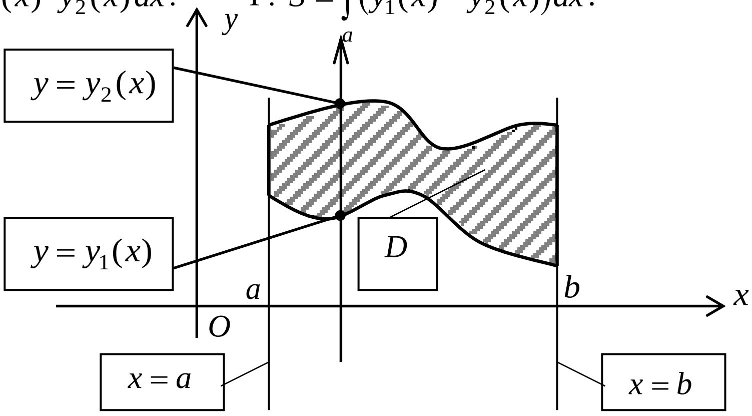

Рис. 1

ТЗ 16.2. Площа S плоскої області D, правильної (стандартної) у напрямку координатної осі Oy (рис. 2), обчислюється за формулою

А. $S=\int_c^d (x_1(y)-x_2(y))dy$. Б. $S=\int_c^d \frac{x_2(y)}{x_1(y)}\,dy$.

В. $S=\int_c^d x_1(y)\cdot x_2(y)dy$. Г. $S=\int_c^d (x_2(y)-x_1(y))dy$.

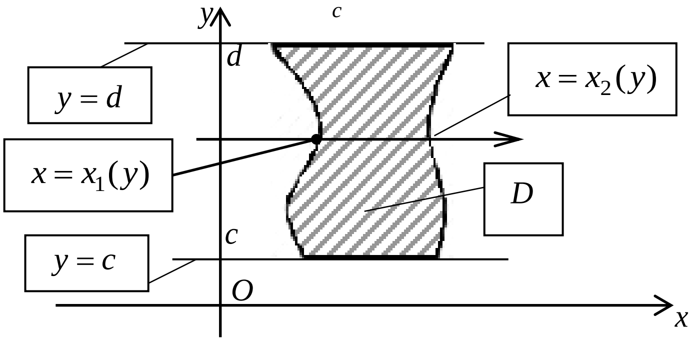

Рис. 2

ТЗ 16.3. Площа якої фігури в системі координат Oxy обчислюється за допомогою визначеного інтеграла $S=\int_0^2 x^2dx=\left.\frac{x^3}{3}\right|_0^2=\frac{8}{3}$?

А. Площа криволінійної трапеції, яка обмежена лініями $x=1, x=2,\ y=0, y=x^2$.

Б. Площа криволінійної трапеції, яка обмежена лініями $x=-2, x=2, y=1, y=x^2$.

В. Площа криволінійної трапеції, яка обмежена лініями $x=0, x=2\ ,\ y=0, y=x^2$.

Г. Площа криволінійної трапеції, яка обмежена лініями $x=0, x=2, y=x^2\ , y=4$.

ТЗ 16.4. Площа якої фігури в системі координат Oxy обчислюється за допомогою визначеного інтеграла

$S=\int_2^3 (x+1)dx=\left.\frac{(x+1)^2}{2}\right|_2^3=\frac{4^2-3^2}{2}=\frac{7}{2}$?

А. Площа криволінійної трапеції, яка обмежена лініями $x=2, x=3, y=0, y=x+1$.

Б. Площа криволінійної трапеції, яка обмежена лініями $x=0, x=3, y=0, y=x+1$.

В. Площа криволінійної трапеції, яка обмежена лініями $x=0, x=2, y=0, y=x+1$.

Г. Площа криволінійної трапеції, яка обмежена лініями $x=2, y=1, x=3, y=x+1$.

ТЗ 16.5. Площа якої фігури в системі координат Oxy обчислюється за допомогою визначеного інтеграла

$$S=\int_0^1\left(x-x^2\right)dx=\frac{x^2}{2}-\frac{x^3}{3}\bigg|_0^1=\frac{1}{2}-\frac{1}{3}=\frac{1}{6}?$$

А. Площа фігури, обмеженої лініями $x=0, x=1, y=x^2, y=-x$.

Б. Площа фігури, обмеженої лініями $x=-1, x=1, y=0, y=x^2$.

В. Площа фігури, обмеженої лініями $x=0, x=1, y=x^2, y=x$.

Г. Площа фігури, обмеженої лініями $x=0, y=0, x=1, y=x$.

ТЗ 16.6. Площа якої фігури в системі координат Oxy обчислюється за допомогою визначеного інтеграла

$$S=\int_0^1\left(\sqrt{x}-x^2\right)dx=\left(\frac{2\sqrt{x^3}}{3}-\frac{x^3}{3}\right)\bigg|_0^1=\frac{2}{3}-\frac{1}{3}=\frac{1}{3}?$$

А. Площа фігури, обмеженої лініями $y=x^2, y=\sqrt{x}$.

Б. Площа фігури, обмеженої лініями $y=x^2, y=x$.

В. Площа фігури, обмеженої лініями $x=0, y=\sqrt{x}, x=1, y=0$.

Г. Площа фігури, обмеженої лініями $x=1, x=2, y=0, y=x^2$.

ТЗ 16.7. Чому дорівнює площа S плоскої області

D: $y=x^2$; $x-y+2=0$?

А. $2\frac{2}{3}$. Б. $1\frac{1}{4}$. В. $4\frac{1}{2}$. Г. 3.

ТЗ 16.8. Чому дорівнює площа S плоскої області

D: $y=x^2$; $y=2-x^2$?

А. $2\frac{2}{3}$. Б. $1\frac{1}{4}$. В. $4\frac{1}{2}$. Г. $2\frac{1}{3}$.

ТЗ 16.9. Чому дорівнює площа S плоскої області

D: $y=x^3$; $x+y-2=0$; $x=0$?

А. $4\frac{1}{3}$. Б. $1\frac{1}{4}$. В. $2\frac{1}{2}$. Г. 4.

ТЗ 16.10. Чому дорівнює площа S криволінійного сектора, обмеженого лініями $\rho=\rho(\varphi)$, $\varphi=\alpha$, $\varphi=\beta$ $(\alpha\le\beta)$ у полярній системі координат?

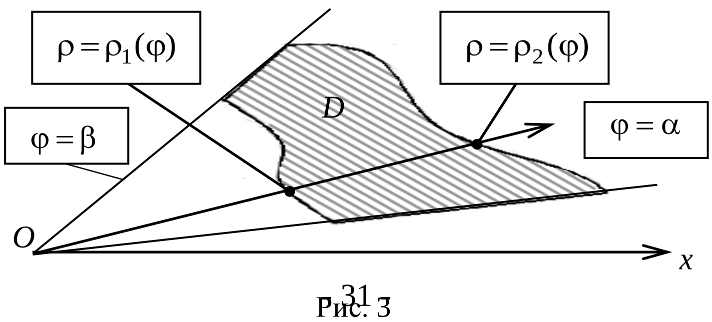

Рис. 3

А. $S=\int\limits_{\alpha}^{\beta}\rho^2(\varphi)d\varphi$. Б. $S=\frac{1}{2}\int\limits_{\alpha}^{\beta}\rho^2(\varphi)d\varphi$. В. $S=\frac{1}{2}\int\limits_{\beta}^{\alpha}\rho^2(\varphi)d\varphi$. Г. $S=\frac{1}{2}\int\limits_{\alpha}^{\beta}(\rho'(\varphi))^2\,d\varphi$.

Тема 7
Диференціальні рівняння

ТЗ 17.1. Розв'язком якого з рівнянь

$y'=\frac{x+3}{y+5}$ чи $y'=\frac{y+5}{x+3}$ є функція $y=5x/3$?

А. $y'=\frac{x+3}{y+5}$. Б. $y'=\frac{y+5}{x+3}$. В. Не є розв'язком жодного з указаних рівнянь.

ТЗ 17.2. Розв'язком якого з рівнянь

$y'=\frac{tg\,x}{y^2}$ чи $y'=y\,ctg\,x$ є функція $y=\sin^2 x$?

А. $y'=\frac{tg\,x}{y^2}$. Б. $y'=y\,ctg\,x$. В. Не є розв'язком жодного з указаних рівнянь.

ТЗ 17.3. Розв'язком якого з рівнянь

$y'=xy$ чи $y'=xy^2$ є функція $y=5e^{x^2/2}$?

А. $y'=xy$. Б. $y'=xy^2$. В. Не є розв'язком жодного з указаних рівнянь.

ТЗ 17.4. Розв'язком якого з рівнянь

$y'=\frac{\sin^2 x}{y^2}$ чи $y'=\frac{\sin x}{y}$ є функція $y=-2\cos(x/2)$?

А. $y'=\frac{\sin^2 x}{y^2}$. Б. $y'=\frac{\sin x}{y}$. В. Не є розв'язком жодного з указаних рівнянь.

ТЗ 17.5. Розв'язком якого з рівнянь

$y'=\frac{tg\,x}{y}$ чи $y'=\frac{\sin x}{xy}$ є функція $y=x\sin x$?

А. $y'=\frac{tg\,x}{y}$. Б. $y'=\frac{\sin x}{xy}$. В. Не є розв'язком жодного з указаних рівнянь.

ТЗ 17.6. Розв'язком якого з рівнянь

$y'=\frac{y}{\sin x}$ чи $y'=\frac{y^2}{\cos x}$ є функція $y=tg(x/2)$?

А. $y'=\frac{y}{\sin x}$. Б. $y'=\frac{y^2}{\cos x}$. В. Не є розв'язком жодного з указаних рівнянь.

ТЗ 17.7. Розв'язком якого з рівнянь

$y'=\frac{y^2}{x^2}$ чи $y'=\frac{y^2}{x^3}$ є функція $y=\frac{x}{x+1}$?

А. $y'=\frac{y^2}{x^3}$. Б. $y'=\frac{y^2}{x^2}$. В. Не є розв'язком жодного з указаних рівнянь.

ТЗ 17.8. Розв’язком якого з рівнянь

$y' = \dfrac{yx+4y^2}{x^2}$ чи $y' = \dfrac{xy+4y^2}{x^3}$ є функція $y = -\dfrac{x}{4\ln x}$?

А. $y' = \dfrac{yx+4y^2}{x^2}$. Б. $y' = \dfrac{xy+4y^2}{x^3}$. В. Не є розв’язком жодного з указаних рівнянь.

ТЗ 17.9. Розв’язком якого з рівнянь

$y' = \dfrac{y^2+x^2}{xy}$ чи $y' = \dfrac{y^2+xy}{xy}$ є функція $y = x\sqrt{2\ln x}$?

А. $y' = \dfrac{y^2+x^2}{xy}$. Б. $y' = \dfrac{y^2+xy}{xy}$. В. Не є розв’язком жодного з указаних рівнянь.

ТЗ 17.10. Розв’язком якого з рівнянь

$y' = \dfrac{y^2+3x^2}{xy}$ чи $y' = \dfrac{y^3+x^3}{xy^2}$ є функція $y = x\sqrt{6\ln x}$?

А. $y' = \dfrac{y^3+x^3}{xy^2}$. Б. $y' = \dfrac{y^2+3x^2}{xy}$. В. Не є розв’язком жодного з указаних рівнянь.

ТЗ 18.1. Яке рівняння називається характеристичним для лінійного однорідного диференціального рівняння $y'' + py' + qy = 0$ зі сталими коефіцієнтами?

А. $\lambda^3 + \lambda k^2 + \lambda k + 1 = 0$. Б. $\lambda^2 + p\lambda + q = 0$. В. $\lambda^2 - p\lambda + q = 0$.

ТЗ 18.2. Як формується загальний розв’язок лінійного неоднорідного диференціального рівняння (ЛНДР) другого порядку?

А. Загальний розв’язок ЛНДР дорівнює $y = \bar{y} + y_*$, де $\bar{y} = C_1y_1 + C_2y_2$ – загальний розв’язок відповідного однорідного рівняння; y_* – довільний частинний розв’язок ЛНДР.

Б. Загальний розв’язок ЛНДР збігається із загальним розв’язком відповідного однорідного рівняння $y = \bar{y} = C_1y_1 + C_2y_2$.

В. Загальний розв’язок ЛНДР збігається із деяким частинним розв’язком цього рівняння $y = y_*$.

ТЗ 18.3. Загальним розв’язком якого з рівнянь $y'' - 7y' + 12y = 0$ чи $y'' - 8y' + 15y = 0$ є функція $y = C_1e^{3x} + C_2e^{5x}$?

А. $y'' - 7y' + 12y = 0$. Б. $y'' - 8y' + 15y = 0$.

В. Не є загальним розв’язком жодного з указаних рівнянь.

ТЗ 18.4. Загальним розв’язком якого з рівнянь $y'' + 6y' - 7y = 0$ чи $y'' - 4y' + 4y = 0$ є функція $y = C_1e^{x} + C_2e^{2x}$?

А. $y'' + 6y' - 7y = 0$. Б. $y'' - 4y' + 4y = 0$.

В. Не є загальним розв’язком жодного з указаних рівнянь.

ТЗ 18.5. Загальним розв’язком якого з рівнянь $y'' - 7y' - 8y = 0$ чи $y'' - 10y' + 21y = 0$ є функція $y = C_1e^{3x} + C_2e^{7x}$?

А. $y'' - 7y' - 8y = 0$. Б. $y'' - 10y' + 21y = 0$.

В. Не є загальним розв’язком жодного з указаних рівнянь.

ТЗ 18.6. Загальним розв’язком якого з рівнянь $y'' - 7y' + 6y = 0$ чи $y'' - 7y' + 12y = 0$ є функція $y = C_1e^{3x} + C_2e^{4x}$?

А. $y'' - 7y' + 6y = 0$. Б. $y'' - 7y' + 12y = 0$.

В. Не є загальним розв'язком жодного з указаних рівнянь.

ТЗ 18.7. Загальним розв'язком якого з рівнянь $y''-8y'+12y=0$ чи $y''-8y'+16y=0$ є функція $y=C_1e^{2x}+C_2e^{6x}$?

А. $y''-8y'+12y=0$. Б. $y''-8y'+16y=0$.

В. Не є загальним розв'язком жодного з указаних рівнянь.

ТЗ 18.8. Загальним розв'язком якого з рівнянь $y''-4y'+4y=0$ чи $y''-4y'+3y=0$ є функція $y=C_1e^{2x}+C_2xe^{2x}$?

А. $y''-4y'+4y=0$. Б. $y''-4y'+3y=0$.

В. Не є загальним розв'язком жодного з указаних рівнянь.

ТЗ 18.9. Загальним розв'язком якого з рівнянь $y''+6y'+9y=0$ чи $y''-4y'-12y=0$ є функція $y=C_1e^{2x}+C_2e^{-4x}$?

А. $y''+6y'+9y=0$. Б. $y''-4y'-12y=0$.

В. Не є загальним розв'язком жодного з указаних рівнянь.

ТЗ 18.10. Загальним розв'язком якого з рівнянь $y''-2y'+y=0$ чи $y''-6y'+9y=0$ є функція $y=C_1e^{3x}+C_2xe^{3x}$?

А. $y''-2y'+y=0$. Б. $y''-6y'+9y=0$.

В. Не є загальним розв'язком жодного з указаних рівнянь.

4. Перелік питань, які включені до екзаменаційних білетів

1. Визначники другого і третього порядку і їх обчислення.
2. Системи лінійних рівнянь і їх обчислення методом Гаусса.
3. Системи лінійних рівнянь і їх обчислення методом Крамера.
4. Матриці і дії над ними.
5. Обернена матриця і її обчислення за допомогою елементарних перетворень.
6. Матрична форма запису системи лінійних рівнянь. Розв'язання систем лінійних рівнянь матричним методом.
7. Вектори на площині та в просторі.
8. Дії над векторами.
9. Векторний базис та система координат.
10. Скалярний добуток векторів і його застосування.
11. Векторний добуток векторів і його застосування.
12. Мішаний добуток векторів і його застосування.
13. Поділ відрізка в заданому відношенні та навпіл.
14. Довжина відрізка. Центр ваги трикутника.
15. Полярна система координат. Циліндрична система координат.
16. Канонічне рівняння прямої. Рівняння прямої, що проходить через дві точки.
17. Загальне рівняння прямої. Пряма, задана точкою і нормованим вектором.
18. Рівняння прямої у «відрізках» на осях. Рівняння прямої з кутовим коефіцієнтом.
19. Нормальне рівняння прямої. Взаємне розміщення двох прямих на площині.
20. Відстань від точки до прямої. Кут між прямими.
21. Поняття про лінії другого порядку на площині. Коло.
22. Еліпс, властивості еліпса.
23. Гіпербола, властивості гіперболи.
24. Парабола, властивості параболи.
25. Поняття комплексного числа. Алгебраїчна форма комплексного числа. Дії над комплексними числами, заданими в алгебраїчній формі.
26. Геометричне задання комплексних чисел.
27. Тригонометрична форма комплексного числа. Перехід від алгебраїчної форми комплексного числа до тригонометричної.
28. Дії над комплексними числами, заданими в тригонометричній формі: множення, ділення, піднесення до степеня, добування кореня.
29. Показникова форма комплексного числа. Перехід від алгебраїчної форми комплексного числа до показникової.

5. Рекомендована література

1. Кулик В.С. Конспект лекцій з вищої математики (для молодших спеціалістів). – Любешів, 2007.
2. Дубовик В.П., Юрик І.І. Вища математика: Навч. посібник. – К.: А.С.К., 2006.
3. Завало С.Т., Костарчук В.М. Алгебра і теорія чисел. – К.: Вища школа, 1974, Ч.1.
4. Валуце И.И., Дилигул Г.Д. Математика для техникумов. – М.: Наука, 1980.
5. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. – М: Высшая школа, 1998.
6. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. – М.: Наука, 1960.
7. Щипачёв В.С. Высшая математика. – М.: Высшая школа, 1989

Зміст:

Основи вищої математики [Текст]: методичні вказівки до виконання самостійної роботи для здобувачів освіти освітньо-професійного ступеня фаховий молодший бакалавр галузь знань 19 Архітектура і будівництво спеціальності 192 Будівництво та цивільна інженерія освітньо-професійної програми: Опорядження будівель і споруд та будівельний дизайн; галузь знань 24 Сфера обслуговування спеціальності 241 Готельно-ресторанна справа освітньо-професійної програми: Готельно-ресторанна справа денної форми навчання / уклад. В.С.Кулик., Т.П. Кузьмич, М.В. Баховська – Любешів: ВСП «Любешівський ТФК ЛНТУ», 2023 – 39 с.

Комп'ютерний набір і верстка : Т.П. Кузьмич
Редактор: Т.П. Кузьмич

Підп. до друку ___________2023 р. Формат А4.
Папір офіс. Гарн. Таймс. Умов. друк. арк. ______
Обл. вид. арк.______ Тираж 15 прим.