Міністерство освіти і науки України
Відокремлений структурний підрозділ
«Любешівський технічний фаховий коледж
Луцького національного технічного університету»

Будівельна механіка

Конспект лекцій

для здобувачів освітньо-професійного ступеня фаховий молодший бакалавр
освітньо-професійної програми **Будівництво та експлуатація будівель і споруд**
спеціальності **192 Будівництво та цивільна інженерія**
(G19 Будівництво та цивільна інженерія)
галузь знань **19 Архітектура і будівництво**
(G Інженерія, виробництво та будівництво)
денної форми навчання

Любешів 2025

УДК 62 (07)
Ш 71

До друку
Голова методичної ради ВСП «Любешівський ТФК Луцького НТУ»
_____________________ Герасимик-Чернова Т.П.

Електронна копія друкованого видання передана для внесення в репозитарій коледжу
Бібліотекар _____________ Н.М. Корець

Затверджено методичною радою ВСП «Любешівський ТФК Луцького НТУ»
протокол № _____ від «____»___________ 2025 р.

Рекомендовано до видання на засіданні випускної циклової (методичної) комісії педпрацівників будівельного профілю, будівництва та цивільної інженерії
протокол № ______ від «_____»__________ 2025 р.
Голова випускної циклової (методичної) комісії _____________ Данилік С.М.

Укладач: __________О.Ф. Шмаль, викладач вищої категорії

Рецензент: __________

Відповідальний за випуск: _________ Данилік С.М., викладач вищої категорії, голова випускної циклової (методичної) комісії педпрацівників будівельного профілю, будівництва та цивільної інженерії.

Будівельна механіка [Текст]: Конспект лекцій для здобувачів освітньо-професійного ступеня фаховий молодший бакалавр галузь знань 19 Архітектура і будівництво спеціальності (G Інженерія, виробництво та будівництво) 192 Будівництво та цивільна інженерія (G19 Будівництво та цивільна інженерія) освітньо-професійної програми Будівництво та експлуатація будівель і споруд денної форми навчання / уклад. О.Ф. Шмаль. − Любешів : ВСП «Любешівський технічний фаховий коледж Луцького НТУ», 2025. – 57 с.

Методичне видання складене відповідно до діючої програми курсу «Будівельна механіка» з метою вивчення та засвоєння основних розділів дисципліни, містить розгорнуті питання до тем та перелік рекомендованої літератури.

Зміст

Вступ.

Сучасне будівництво вимагає високого рівня знань та навичок. Адже постійно– це не тільки архітектурна форма або вишукане оздоблення, перш за все – це система конструкцій, яка повинна бути безпечною, міцною, жорсткою під час змінюються будівельні матеріали, вдосконалюється технологія ведення робіт, урізноманітнюються проектні рішення. Та потрібно пам'ятати, що будівля чи споруда всього строку експлуатації. Тому будівельникам необхідно знати, яка розрахункова схема системи (балка, рама, арка, ферма), які навантаження діють (зосереджені чи розподілені) та які внутрішні зусилля виникають (згинальний момент M і поперечна Q та поздовжня N сили).

Саме такі знання дає дисципліна « Будівельна механіка », а саме розділ « Статика споруд ». Проте вивчення цієї дисципліни неможливе без базових знань вищої математики (диференційні рівняння), теоретичної механіки (рівняння рівноваги статики) та опору матеріалів (визначення зусиль Q і M для одно прольотної балки). Водночас будівельна механіка являється передумовою для вивчення такої дисципліни як « Основи розрахунку будівельних конструкцій », оскільки розміри поперечних перерізів елементів підбираються або перевіряються вже прийняті, на основі згинальних моментів та поперечних сил.

Дані методичні рекомендації включають дев'ять тем, що висвітлюють увесь теоретичний матеріал, згідно робочої програми.

Тема 1. Основні положення.

1) Загальні відомості.

До теперішнього часу не існує точного визначення поняття споруда. Можливо сказати, що це будівлі з фундаментами, кроквяні і мостові ферми, опори ліній електропередач, резервуари, а також каркаси залізондорожних вагонів, кузови автобусів чи корпуси літаків. В курсі статики споруд під словом «споруда» розуміється сукупність твердих тіл, нерухомо з'єднаних між собою.

До споруд пред'являються слідуючі вимоги:

1) Нерухомість відносно основи (землі) і незмінність геометричної форми на протязі всього строку служби.

2) Міцність, жорсткість і стійкість. Міцність і стійкість гарантують безпеку експлуатації споруди, а достатня жорсткість обмежує її деформацію.

3) Економічність. Визначається найменшими затратами коштів на матеріали і зведення споруди.

Щоб відповідати цим вимогам, треба розраховувати споруди.

Наука, яка вивчає розрахунок споруд на міцність, жорсткість, стійкість незалежно від методу розрахунку, властивості матеріалу (лінійно чи нелінійно

пружний, не пружний) і від характеру навантаження (статичне, динамічне) називається будівельною механікою.

Ця наука існувала з давніх часів, але основи будівельної механіки були створені в середині XIX століття в зв'язку з побудовою залізних доріг і будівництвом мостів. Короткий огляд розвитку будівельної механіки вказано в таблиці № 1.

Статикою споруд називають розділ будівельної механіки, який вивчає методи розрахунку будівель на міцність, жорсткість і стійкість при статичному навантаженні.

Статичним називається таке навантаження, величина і положення якого не залежать від часу. Це навантаження передається на споруду спокійно, плавно, без поштовхів і вібрацій, повільно виростаючи від нуля до кінцевого значення і зберігає свою величину довгий час.

«Статика споруд» за своїми методами дослідження і за об'єктами вивчення тісно пов'язана з теоретичною механікою та опором матеріалів.

Всі основні гіпотези і методи визначення зусиль та деформацій використовуються в статиці споруд для розрахунку цілих систем.

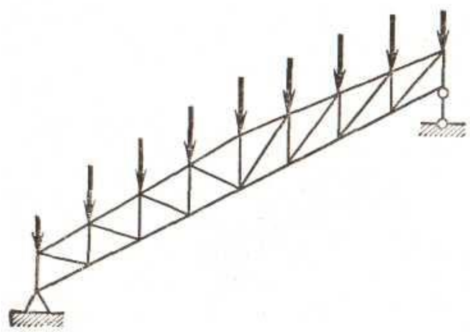
Статика споруд служить базою для послідуючих дисциплін, які мають справу з інженерними конструкціями. При вивченні їх використовують дані, які даються статикою споруд.

Розрахункова схема -- це спрощене зображення дійсної споруди.

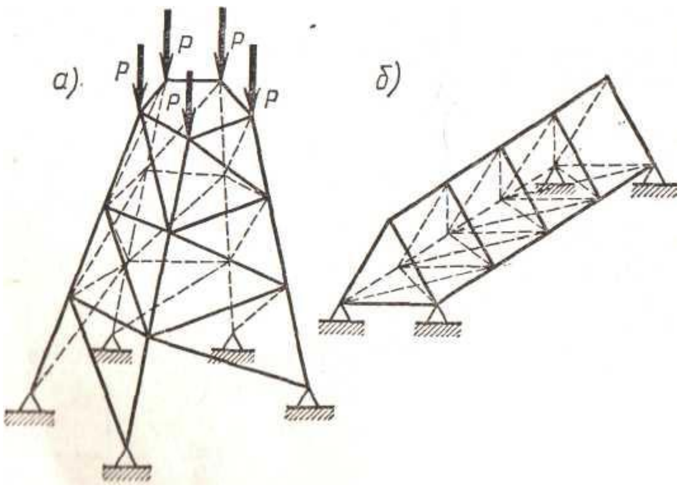
2) Класифікація споруд.

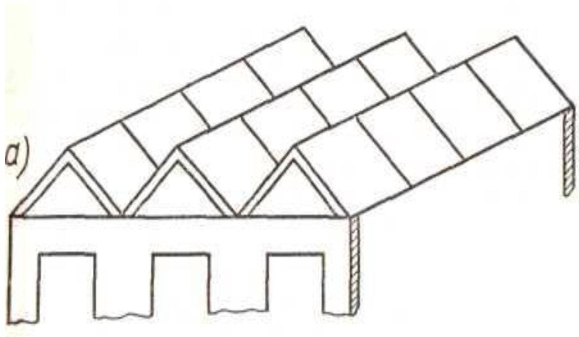
1) В залежності від розташування осей елементів і навантажень:

а**) плоскі споруди, осі елементів яких і навантаження розташовані в одній площині;**



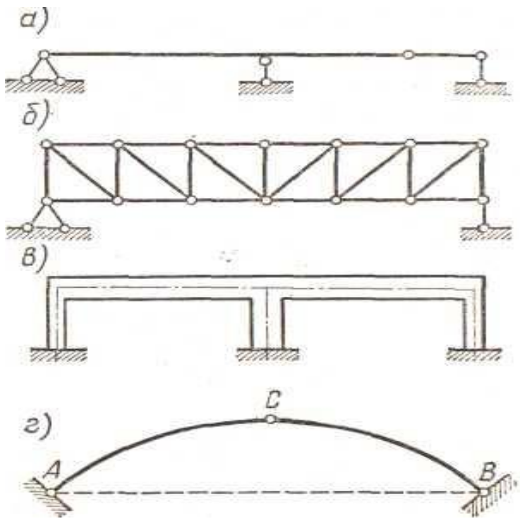
б) **просторові споруди, осі елементів яких розташовані в різних площинах чи навантаження діють не в площині споруди.**





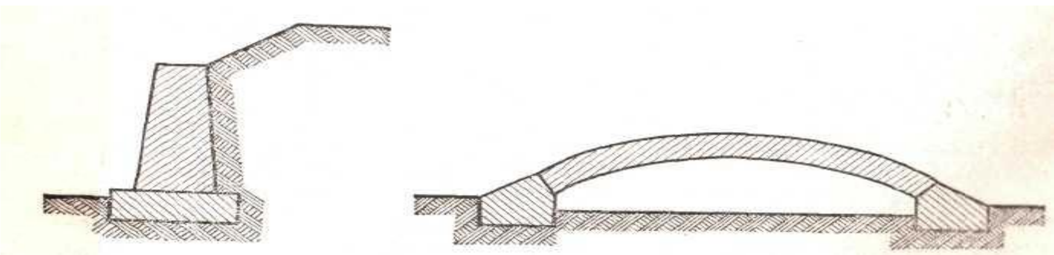
2) По виду елементів, які утворюють споруду:

а) **стержневі споруди, складаються з стержнів, два виміри яких значно менші третього.** До стержневих споруд відносяться балки, ферми, рами, арки ;



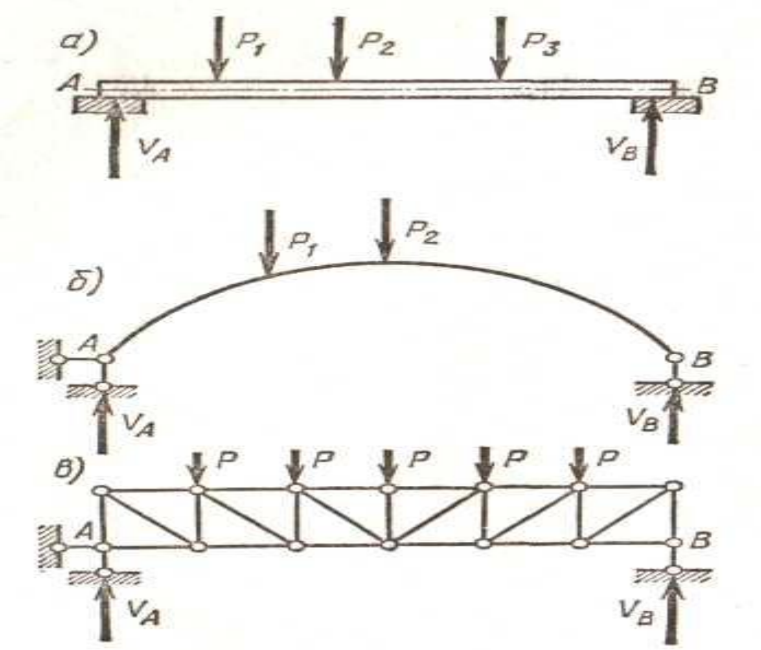
б) **тонкостінні споруди, складаються з елементів, товщина яких менша за інші розміри.** Бувають пластинчаті, якщо складаються з пластин чи оболочки, якщо складаються з оболочок ;

в) **масивні споруди, всі три виміри приблизно однакові** (підпірні стіни, греблі, фундаменти).

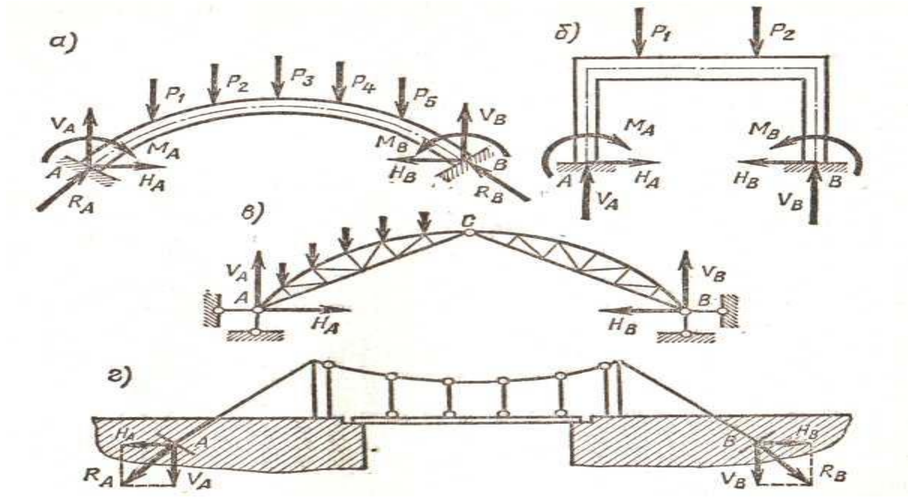


3) В залежності від направлення опорних реакцій:

а) **безрозпірні споруди, у яких при вертикальному навантаженні виникають лише вертикальні опорні реакції ;**



б**) розпірні споруди, опорні реакції яких похилі і можуть бути розкладені на вертикальні і горизонтальні складові. Наявність горизонтальної складової опорних реакцій, називається розпором.**
До них відносяться арки і рами, арочні і вантові ферми.



4) По методу розрахунку:
а) **статично визначені споруди ;**
б) **статично невизначені** ;

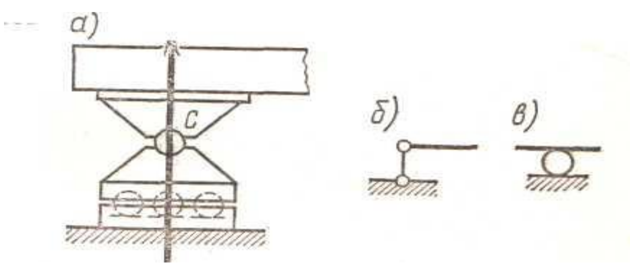
Для розрахунку перших достатньо тільки рівнянь рівноваги статики. Другі ж можуть бути розраховані тільки з допомогою додаткових рівнянь, які враховують переміщення споруди.

3) Опори плоских систем .

Для закріплення споруд до основи служать опори, які бувають
трьох видів :

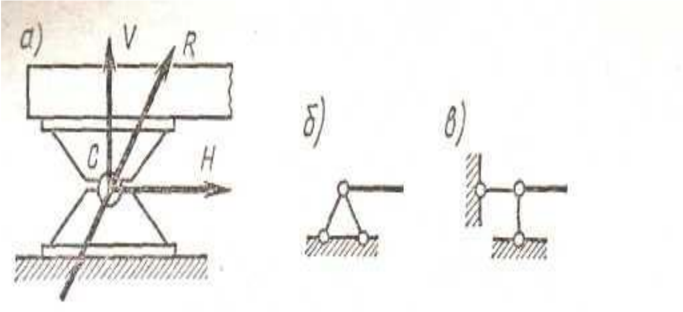
1) шарнірно рухома; 2) шарнірно нерухома ; 3) защемлена.

1.



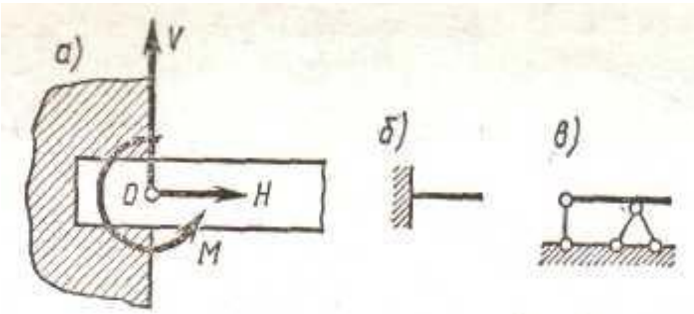
Шарнірно рухома опора допускає обертання навколо осі шарніра і поступове переміщення по опорній площині, яка називається опорною подушкою.

2.



Шарнірно нерухома опора дозволяє обертання верхнього балансиру навколо осі шарніру і не допускає лінійних переміщень ні по горизонталі, ні по вертикалі.

3.



Жорстко защемлена опора виключає як лінійні переміщення, так і поворот тіла.

КОРОТКИЙ ОГЛЯД РОЗВИТКУ БУДІВЕЛЬНОЇ МЕХАНІКИ.

Таблиця № 1

Прізвище вченого	Дата опублікування	Назва наукової роботи
Клайперон Поль Еміль 1799-1864	1857	Розрахунок нерозрізної балки за допомогою рівняння трьох моментів
Семиколенов	1872	Розрахунок багато прольотних розрізних шарнірних статично визначених балок
Бресс 1822-1883	1854	Розрахунок арок як пружнього тіла
Журавський Дмитро Іванович. 1821-1891	1845	Розробив теорію розрахун-ку плоских ферм. Труд «Про мости розкісної системи ферм Гау»
Ясінськiй	1893	Теорія розрахунку на стійкість

Фелікс Стан. 1856—1899		центрально-стиснутих стержнів та ряд других робіт
Максвелл Д.К. 1831-1879	1864	Теорія розрахунку статично невизначених ферм методом сил
Максвелл Кремона	1879	Графічний метод розрахунку статично визначених ферм
Белелюбський Микола Апол. 1845-1918	1875	Видав курс будівельної механіки. Здійснив заміну 70 дер.мостів металічними на Микол. з.д.
Моор Отто 1835-1918	1883	Розрахунок статично невизначених рам методом деформацій
Патон Е.О. 1870-1953 Передерій Г. 1871-1953	1950	Значний вклад в будіве-льну механіку мостів. Зварка. Цільнозварний міст через р.Дніпро в Києві ім. Е.О.Патона

Тема 2. Дослідження геометричної незмінності плоских стержневих систем.

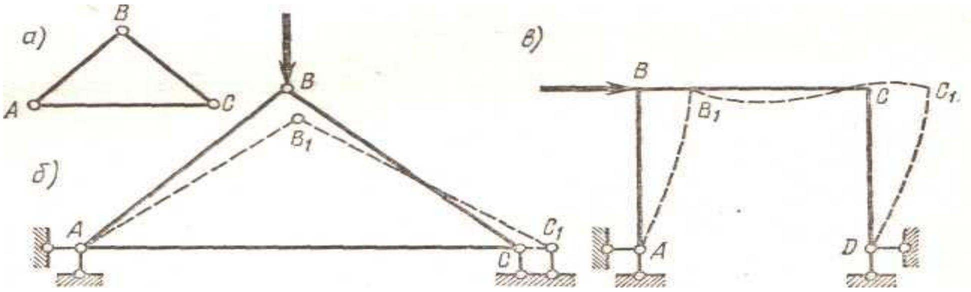
1) Геометрично незмінні та змінні системи.

Одна з основних вимог, які пред’являються до споруд це: споруда повинна зберігати надану їй геометричну форму на протязі всього строку служби. Цю вимогу задовільняють геометрично незмінні системи.

Геометрично незмінною системою називається система, яка не змінює надану їй геометричну форму ні при яких змінах положення її в просторі.

Характерною особливістю незмінної системи являється її здатність при навантаженні не набагато змінювати свою форму внаслідок пружної деформації її елементів, яка виражається в зміні їх розмірів чи одночасно розмірів і форми. При цьому обумовлені пружними деформаціями елементів переміщення окремих точок системи настільки малі, що можна рахувати положення точок прикладення сил і їх напрямок незмінними і тому при розрахунку споруд застосовують принцип незалежності дії сил.

Найпростішою незмінною системою являється шарнірний трикутник. Розглянемо шарнірний трикутник АВС, геометрична форма якого не зміниться при переміщенні його в просторі в любе положення (тому що по трьох сторонах можна побудувати трикутник і тільки один). Якщо ж дану систему навантажити силою Р, то вона внаслідок пружної деформації елементів все ж змінить свою форму, але дуже мало (AB_1C_1).

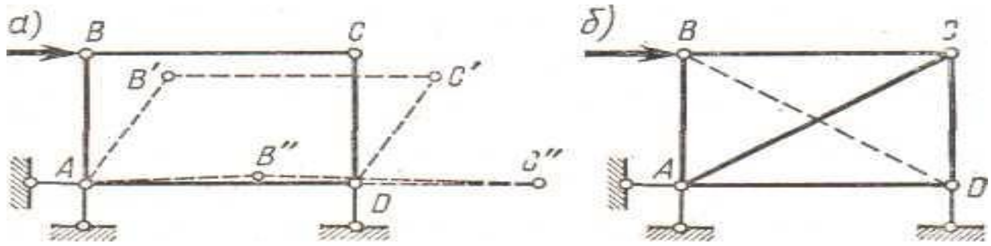


Геометрично змінною системою називають таку систему, форма якої різко змінюється при зміні положення її в просторі чи при навантаженні навіть дуже малою силою.

Характерною особливістю змінної системи являється те, що зміна форми викликає переміщення елементів системи без їх деформації.

Розглянемо шарнірно стержневий прямокутник АВСД, він являє собою геометрично змінну систему, так як при безкінечно малих навантаженнях він приходить в рух без зміни довжин і викривлення стержнів АВ,ВС,СД,ДА. Спочатку прямокутник приймає форму паралелограма АВ'С'Д, а потім його сторони накладаються одна на одну, тобто розташовуються майже на одній прямій АС".

Якщо в цей прямокутник включити діагональний стержень АС або ВД, то одержана система стане незмінною. В будівництві використовуються тільки геометрично незмінні системи.



2) Ступінь вільності.

Ступінь вільності якого-небудь тіла чи системи тіл називається число незалежних геометричних параметрів, які визначають положення тіла чи системи.

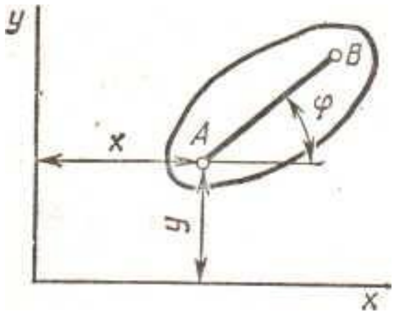
Елементи, які складають плоску систему, називають **дисками.**

Під дисками також розуміють любу геометрично незмінну систему чи частину такої системи, незмінну основу і землю.

Точка на площині має дві ступені вільності,оскільки її положення зизначається двома координатами.

У стержня на площині три ступені вільності.

Ступінь вільності диска в площині також рівна трьом, тобто визначається трьома незалежними параметрами: двома координатами будь-якої точки, взятої на цьому диску і кутом нахилу проведеної на ній прямої. Тому ступінь вільності рівна 3Д.

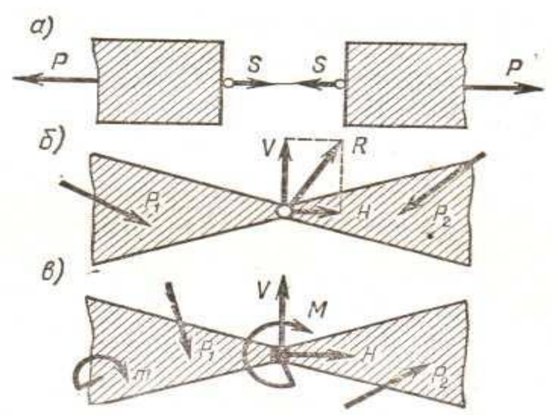


Люба споруда в будівельній практиці повинна представляти собою чи геометрично незмінну систему, нерухомо приєднано до землі, чи так звану зв'язану систему. Тому диски між собою і система в цілому з'єднується з землею зв'язками (стержні з шарнірами, шарніри, жорсткі закріплення).
Один стержень з шарнірними кінцями зменшує ступінь вільності системи на 1, простий шарнір – на 2 одиниці, жорсткий зв'язок на 3.

Простим називається шарнір, який з'єднує два стержні.
Кратним називається шарнір, який з'єднує більше двох стержнів.

Якщо шарнірний вузол з'єднує n стержнів, то він еквівалентний n-1 простим шарнірам.

Те ж саме слід сказати про простий і кратний жорсткий зв'язки.



Ступінь вільності системи визначаємо за формулою:

$$\mathbf{W=3D-(2Ш+3Ж+C_{оп})}$$

де: W - ступінь вільності;
D – число дисків;
Ш – сумарне число простих і приведених до них складних жорстких зв’язків;
$С_{оп}$ – число опорних стержнів.

3) Умови геометричної незмінності.

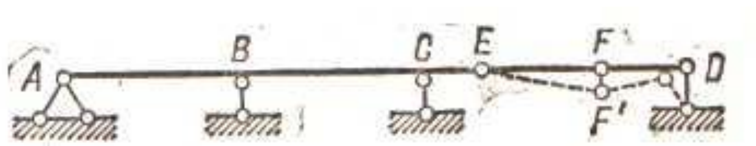
1) W>0 – система не має достатньої кількості зв’язків, які б забезпечували її незмінність, тому являється змінною і не може існувати в будівництві.

2) W= 0 – система має повне число зв’язків, щоб бути незмінною і статично визначеною.

13

3) W<0 – система має «зайві» зв’язки, тобто такі які не являються необхідними для забезпечення незмінності. Система статично невизначена.

4) W≤0 -- ця формула виражає необхідні але недостатні умови геометричної незмінності системи. Можуть зустрічатися такі системи, які хоч і задовільняють цим умовам, але через неправильне розташування в них зв’язків виявляються все ж змінними.

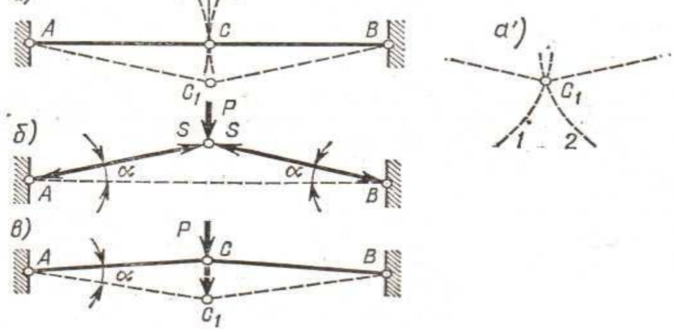


Неправильне з’єднання дисків може призвести до утворення особливого виду незмінних систем, які також задовільняють умові незмінності, але все ж таки являються змінними в перший момент прикладення відповідного навантаження. Це так звані миттєво змінні системи.

4) Миттєво змінні системи.

Миттєво змінною називається система, яка допускає без деформації елементів, які її складають, безкінечно малі переміщення цих елементів напротязі дуже малого проміжку часу, після чого система знову стає незмінною.

В реальних умовах переміщення, які виникають в навантажених миттєво змінних системах, внаслідок неправильно розташованих зв’язків і деформації матеріалу

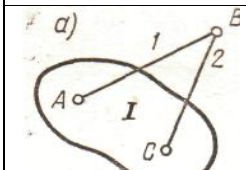
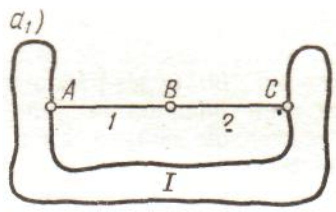
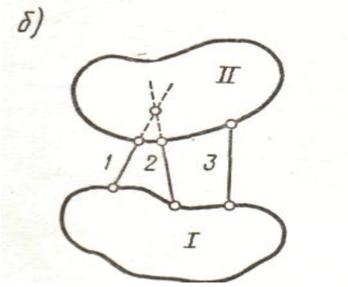
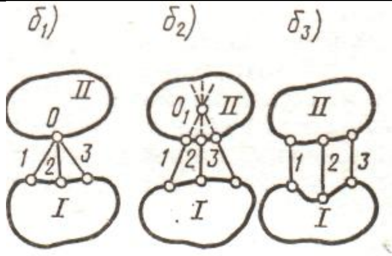
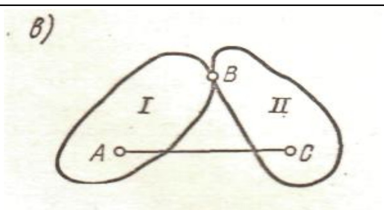
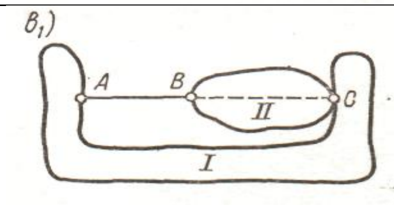
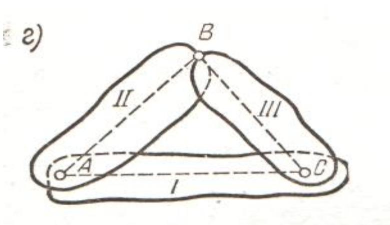
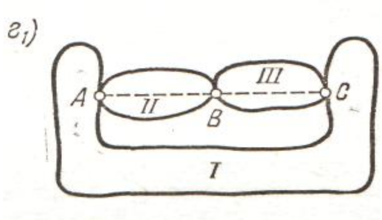
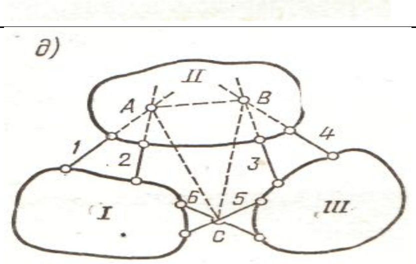
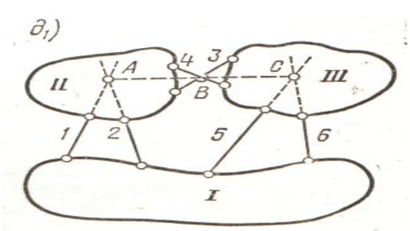


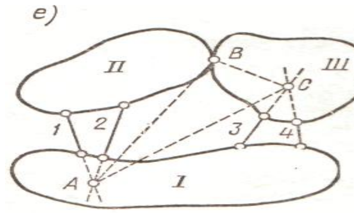
переходять в кінцеві, і дуже значні порівнюючи з переміщеннями звичайних незмінних систем, тому миттєво змінні системи в якості будівельних споруд не застосовуються.

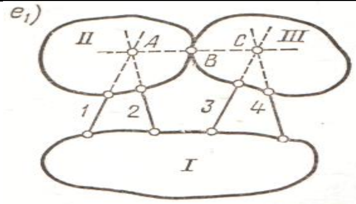
Розраховуються вони по окремому спеціальному методу.

5) Аналіз геометричної структури систем.

Таблиця №2

Допускаються з'єднання дисків з правильно розташованими зв'язками, при цьому утворюються незмінні системи	**Не допускаються з'єднання дисків неправильно розташованими зв'язками, оскільки при цьому утворюються миттєво змінні системи**
 Вузол В можна розглядати як диск з ступеню вільності рівною 2	
	
	
	
	





6) Поняття про статично визначені та невизначені системи.

Як раніше було сказано, однією із основних задач статики споруд являється визначення внутрішніх зусиль в елементах споруд.

Визначення зусиль розраховується по-різному, в залежності від того, являється система статично визначеною чи статично невизначеною.

Статично визначеною називається геометрично незмінна система, яка не має зайвих зв'язків.

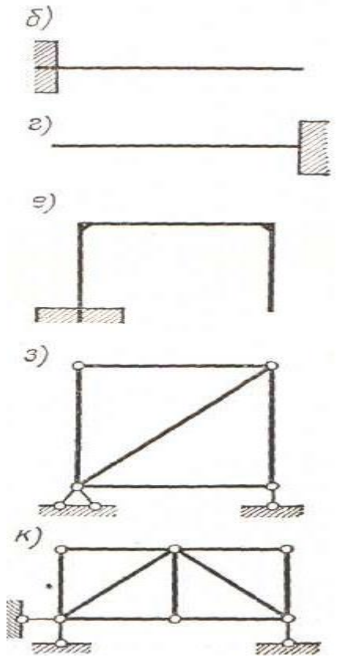
Реакції зв'язків такої системи як зовнішні, так і внутрішні (а відповідно і внутрішні зусилля), можна визначити використовуючи тільки рівняння рівноваги статики.

Значить, в статично визначеній системі число всіх невідомих реакцій зв'язків, які слід визначити, рівне числу незалежних рівнянь рівноваги статики, які можуть бути складені для цієї системи.

Найпростішою статично визначеною системою являється балка на двох опорах.

Статично невизначеною називається геометрично незмінна система, в якій є «зайві» зв'язки.

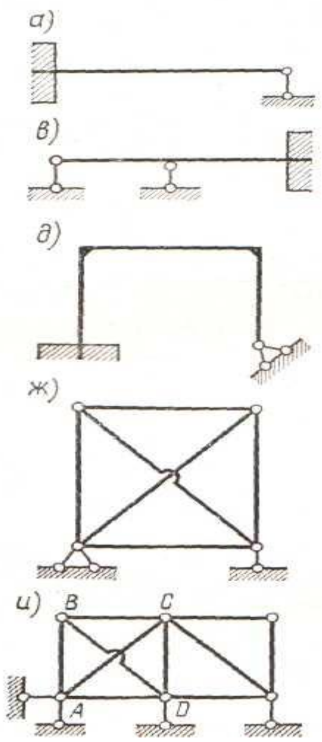
Реакції зовнішніх зв'язків (а відповідно і внутрішні зусилля) чи те і інше, не можуть бути визначені за допомогою лише одних рівнянь статики, тому для розрахунку статично невизначених систем потребується складання додаткових рівнянь (рівнянь сумісних переміщень), які враховують характер деформації системи.



Таким чином, в статично невизначеній системі число невідомих реакцій зв'язків, завжди більше числа незалежних рівнянь рівноваги статики, які можуть бути складені для цієї системи.

Тобто, статична невизначеність системи обумовлена наявністю в ній зайвих зв'язків. Ці зв'язки можуть бути внутрішніми і зовнішними.

Розглянемо деякі приклади:



7) Ступінь статичної невизначеності.

В залежності від кількості зайвих зв'язків, розрізняють системи один раз, два рази, три рази..., n разів статично невизначені.

Число, яке показує скільки разів статично невизначена система, називається ступінню статичної невизначеності системи.

Ступінь статичної невизначеності системи рівний числу зайвих зв'язків, при відкиданні яких, система залишаючись геометрично незмінною, стає статично визначеною. Із цього визначення випливає, що задача про знаходження ступеню статичної невизначеності системи зводиться до знаходження числа її зайвих зв'язків.

Тоді ступінь статичної невизначеності системи можна вирахувати як різницю між числом невідомих реакцій зовнішніх і внутрішніх зв'язків системи і числом незалежних рівнянь рівноваги, які можна скласти для даної системи.

Тема 3. Багато прольотні статично визначені (шарнірні) балки.

1) Загальні відомості.

Перекрити декілька прольотів можна окремими простими балками – одно прольотними з шарнірними опорами, чи нерозрізними (тобто розташованими на опорах статично невизначеними балками, які мають суцільну будову по всій своїй довжині, з числом прольотів від двох і більше), чи шарнірними балками.

В курсі опір матеріалів розглядаються три види простих статично визначених балок:

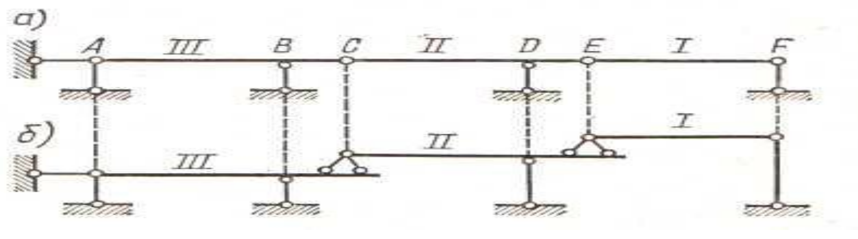
1) одно прольотна балка з шарнірними опорами;

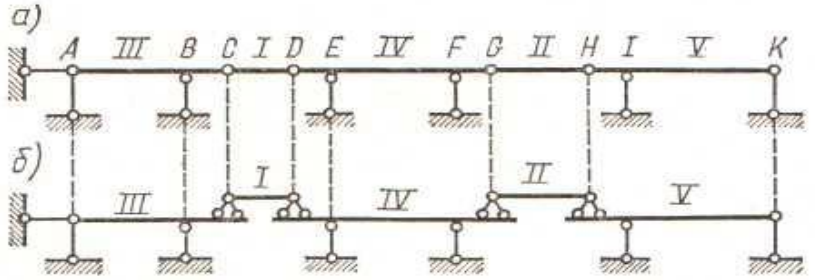
2) одно прольотна балка з консолями;

3) консольна балка з жорсткими опорами.

З цих простих балок можна утворювати більш складну систему, з'єднуючи між собою шарнірами прості балки.

Шарнірною балкою називається геометрично незмінна статично визначена система, складена з розташованих у відповідній послідовності одно прольотних консольних і простих (чи лише одних консольних) балок, з'єднаних між собою шарнірами.





2) Переваги та недоліки шарнірних балок.

1) Навантаження, які діють на консолі балок, які являються складовими частинами шарнірної балки, зменшують величини максимальних згинаючих моментів в її прольотах, порівнюючи з згинальними моментами, які виникають в перерізах простих балок, перекриваючих ті ж прольоти, що і шарнірна балка.

Таким чином, внаслідок розвантажувального впливу консольного навантаження згинаючі моменти в перерізах шарнірної балки розподіляються раціональніше, ніж в перерізах простих балок, і тому шарнірні балки вимагають менших затрат матеріалу, ніж прості, тобто вони являються економними. Оскільки, однією з вимог, які пред'являються до споруд є їх економічність, то шарнірні балки саме і відповідають цій вимозі.

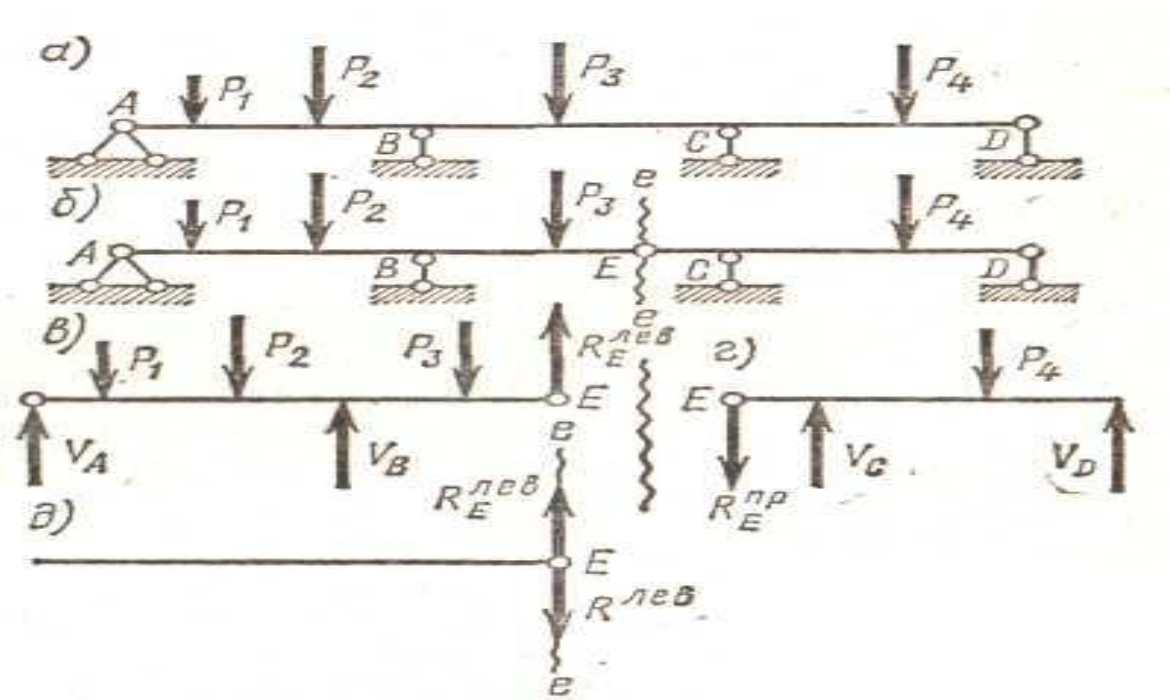
2) Нерівномірна зміна температури по висоті не викликає в шарнірних балках додаткових напружень на відміну від нерозрізних балок, в яких такі напруження можуть виявитись значними.

Однак шарнірні балки мають і серйозні недоліки, які обмежують галузь їх застосування:

1) Наявність шарнірів, які називаються проміжними, ускладнює виготовлення і монтаж таких балок, а також зменшує жорсткість в місцях встановлення шарнірів.

2) Руйнування шарнірної балки в одному прольоті може викликати руйнування і в інших сусідніх прольотах або всієї балки. Тобто шарнірні балки мають меншу надійність, порівняно з нерозрізними балками.

3)Умови статичної визначеності і геометричної незмінності.



Нехай дана шарнірна балка, у якої число опорних стержнів рівно $С_{оп}$, а число проміжних шарнірів Ш. По визначенню, шарнірна балка являється статично визначеною системою. Тому умови геометричної незмінності та статичної визначеності дорівнюють 0, тобто:

$$\mathbf{W = 3Д - 2Ш - С_{оп} = 0}$$

З цієї умови визначаємо необхідне число проміжних шарнірів при заданій кількості опорних стержнів.

$$\mathbf{Ш = С_{оп} - 3.}$$

Для розрахунку статично визначених систем вистачає тільки рівнянь статики. Число незалежних рівнянь статики, які можна скласти для балки дорівнює 3 (У = 3).

А ще треба пам'ятати, що проміжний шарнір, введений в проліт нерозрізної балки, дозволяє скласти одне рівняння, додаткове для трьох основних рівнянь статики плоскої системи сил, а відповідно, і знизити ступінь статичної невизначеності балки на одиницю.

Можемо скласти скільки додаткових рівнянь статики, скільки проміжних шарнірів у даній балці.

Тоді число рівнянь статики:

$$\mathbf{У = 3 + Ш.}$$

Звідси: $\mathbf{С_{оп} = 3 + Ш.}$

$С_{оп}$= Н – число невідомих реакцій зв'язків.

Отже $\mathbf{Ш = С_{оп} - 3.}$

Статична визначеність шарнірної балки обумовлена наявністю в її прольотах шарнірів, число яких повинно бути на три менше числа опорних стержнів.

Одержана кількість шарнірів являється необхідною, але недостатньою умовою геометричної незмінності і статичної визначеності балки. Шарніри повинні бути розташовані так, щоб всі окремі елементи багато прольотної шарнірної балки були незмінні та статично визначені. При Ш > $С_{оп}$-3 система буде змінною.

4)Правила розташування проміжних шарнірів в шарнірних балках і їх поверхові схеми.

Проміжні шарніри в прольотах шарнірної балки повинні розміщуватися так, щоб не порушувались умови геометричної незмінності систем. Враховуючи цю вимогу отримуємо слідуючі правила розташування проміжних шарнірів:

1) в прольоті повинно бути не більше двох шарнірів;

2) прольоти з двома шарнірами повинні чергуватися з прольотами
без шарнірів;

3) прольоти з одним шарніром можуть слідувати один за
одним, якщо:

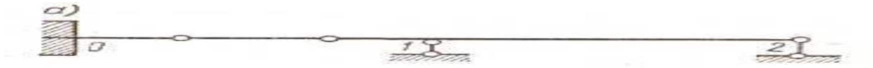
а) крайня опора жорстка, то в крайньому прольоті ставиться шарнір;

б) крайня опора шарнірна, то в крайньому прольоті шарнір не ставиться;

4) можливі змішані системи.

Приклади до кожної системи.

1)



2)

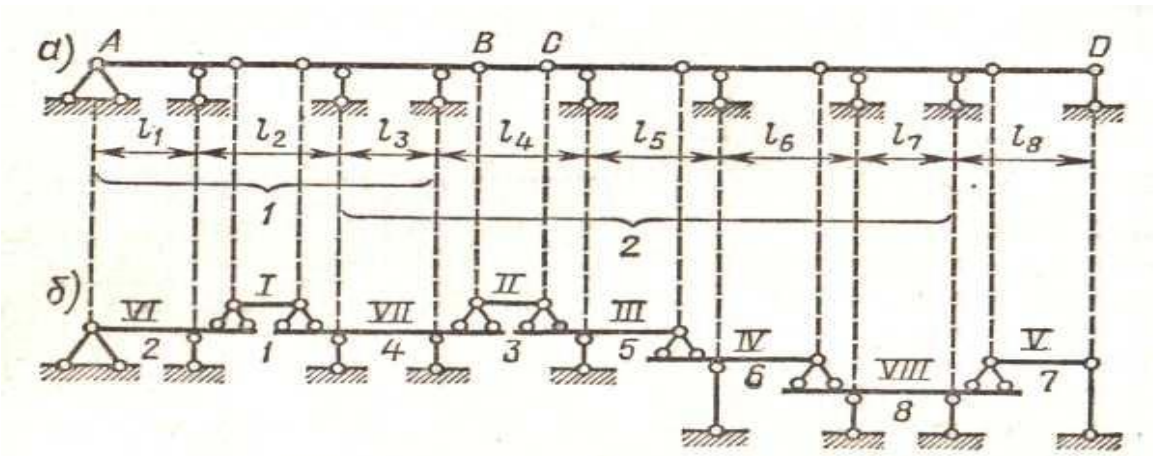
3а)

3б)

4)

Розглядаючи ці балки приходимо до висновку, що вони складаються з двох видів простих балок:

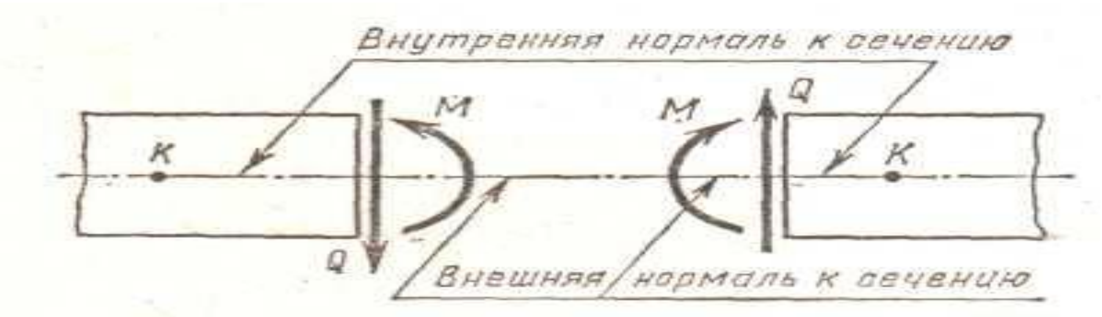
а) основних - які закріплені до землі двома і більше опорами; б) другорядних - які закріплені до землі за допомогою однієї опори, або не мають зв'язків з землею і опираються на кінці сусідніх. елементів



Поділ балок на основні і другорядні дозволяє з'ясувати, як відбувається передача силових зусиль від однієї балки до іншої. Для прикладу багатопрольотну шарнірну балку зображають у вигляді поверхової схеми.

Поверхова схема полегшує виконання кінематичного аналізу багато прольотної шарнірної балки і дає можливість прослідкувати, що вертикальне навантаження передається від другорядних балок на основні.

5) Аналітичний метод розрахунку багатопрольотних шарнірних балок.



Статичний розрахунок шарнірної балки полягає у визначенні поперечних сил і згинальних моментів та побудові епюр Q і M. Згодом по цих епюрах проводять підбір поперечного перерізу або виконують його перевірку.

Поперечна сила в перерізі, що розглядається, чисельно рівна алгебраїчній сумі проекцій всіх зовнішніх сил, які діють по один бік від цього перерізу, на вісь, перпендикулярну осі елементу.

Поперечна сила в перерізі вважається додатньою, якщо вона направлена так, що прагне повернути частину стержня, на яку діє, за годинниковою стрілко; якщо прагне повернути проти годинникової стрілки , то вважається від'ємною.

При побудові епюри Q додатні значення відкладаються зверху від осі елементу, а від'ємні знизу.

Згинальний момент в перерізі чисельно рівний алгебраїчній сумі моментів всіх зовнішніх сил, які діють по один бік від перерізу, що розглядається, відносно центру ваги даного перерізу.

Згинальний момент в перерізі вважається додатнім, якщо він направлений так, що прагне викликати розтяг нижніх волокон; якщо прагне викликати стиск нижніх волокон, то вважається від'ємним.

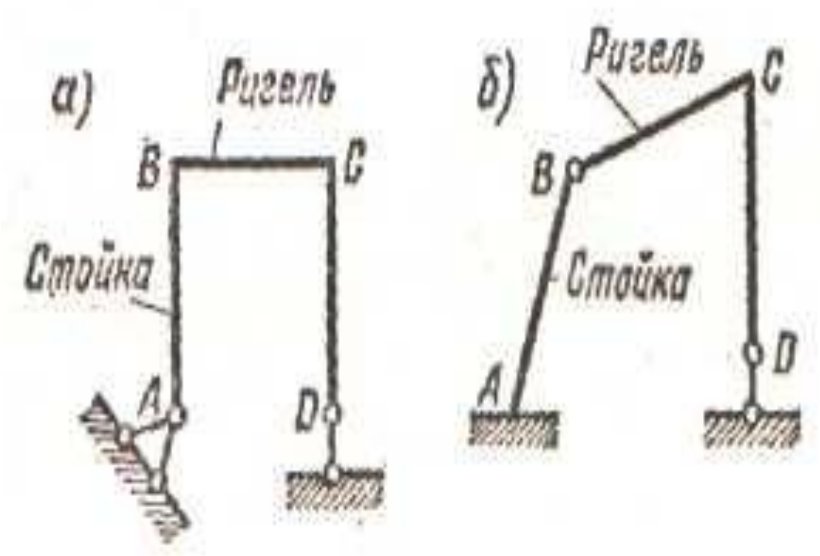
При побудові епюри M додатні значення відкладаються знизу від осі елементу (з боку розтягнутих волокон), а від'ємні зверху.

Тема 4. Статично визначені плоскі рами.

1) Загальні відомості.

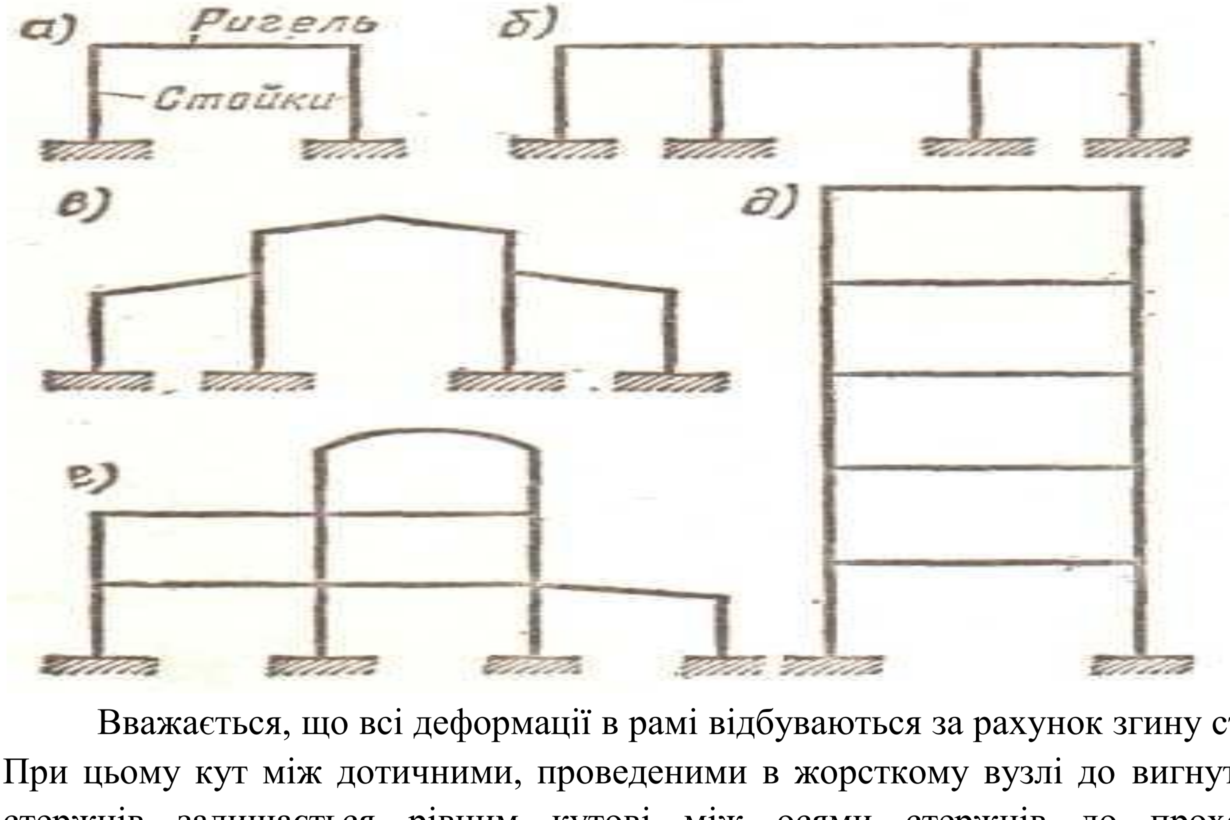
Застосування рамних конструкцій в будівництві дуже різноманітне. Рамні системи утворюють каркаси промислових, цивільних, житлових будинків, сільськогосподарських споруд. Рами можуть входити в склад різних інженерних споруд: естакад, опорних влаштувань мостів, фундаментів під обладнання або використовуються у вигляді окремих конструктивних елементів. Рамні конструкції, як правило, представляють собою просторові системи, але з метою спрощення розрахунку їх розчленовують на окремі плоскі рами. Більшість рам являються статично визначеними. До статично визначених відносяться прості плоскі рами.

Рамами називаються геометрично незмінні стержневі системи, стержні яких жорстко зв'єднані між собою у всіх чи декількох вузлах.

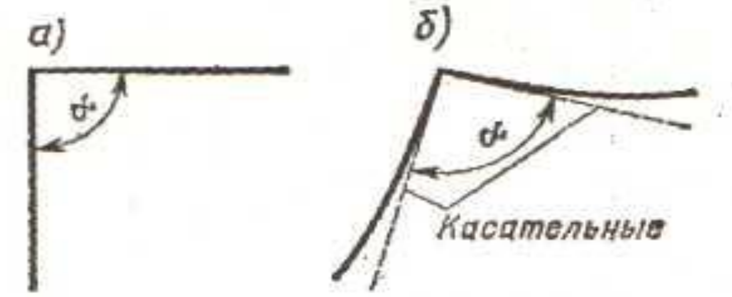


Горизонтальні (чи близькі до них похилі) елементи рами називають **ригелями**, а вертикальні (чи близькі до вертикальних) елементи -- **стійками**.
Ригель може мати прямолінійну, ламану і криволінійну будову. Відстань між центрами опор називають прольотом рами.

Геометричні схеми рам дуже різноманітні. Вони можуть бути одно прольотними та багато прольотними, одноповерховими та багатоповерховими.



Вважається, що всі деформації в рамі відбуваються за рахунок згину стержнів. При цьому кут між дотичними, проведеними в жорсткому вузлі до вигнутих осей стержнів залишається рівним кутові між осями стержнів до проходження деформації.

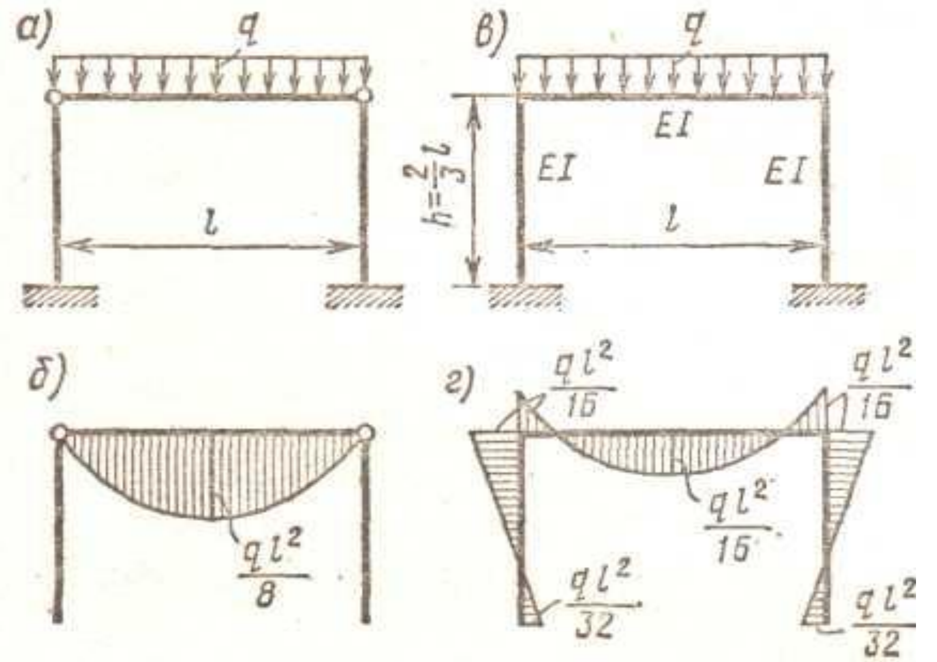


Завдяки наявності зв’язків геометрична незмінність рамних систем забезпечується набагато меншим числом стержнів, ніж незмінність шарнірно-стержневих систем.

В зв’язку з цим рамна конструкція має більш просту геометричну структуру. Заміна в статично визначеній рамі хоча б одного жорсткого вузла шарнірним приводить до втрати її незмінності.

В рамах з жорсткими вузлами згин одного елементу під дією прикладеного до нього навантаження викликає деформації згину у всіх інших елементах рами. Дана властивість таких рам являється позитивною, так як згинальні моменти сприймаються не окремими ланками, а розподіляються більш-менш рівномірно між всіма елементами конструкції.

Розглянемо дві рами, в одній з яких ригель прикріплено до стійок шарнірно, а в другій ригель жорстко зв’єднаний на кінцях з пружними стійками. В обох випадках до ригеля прикладено рівномірно розприділене навантаження.

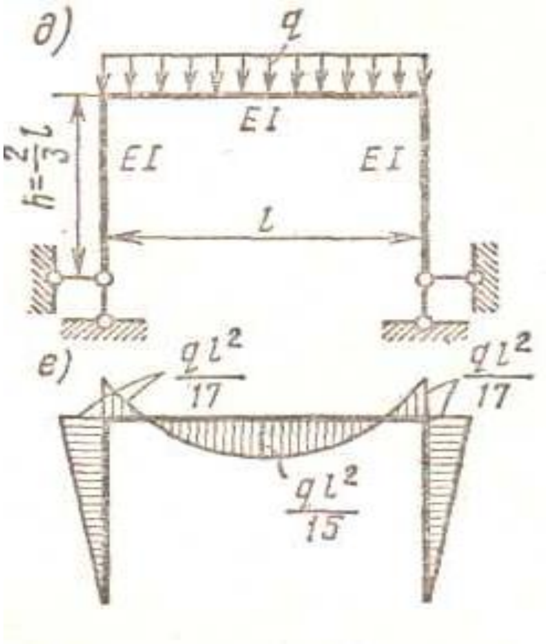


В першій рамі ригель згинається таким чином, що його кінцеві перерізи повертаються вільно і не втягують в згинну деформацію стійки; тому стійки працюють тільки на осьовий стиск.

В другій рамі, при згині ригеля при дії прикладеного до нього навантаження кінці його повертаються разом з кінцями стійок, що викликає згин стійок. За рахунок виникнення згинальних моментів в стійках і кінцевих частинах ригеля зменшуються згинальні моменти в середній його частині.

Порівнюючи епюри згинальних моментів цих двох рам бачимо, що при заданих розмірах максимальний згинальний момент в ригелі першої рами вдвічі більший, ніж в ригелі другої. Відповідно, переріз другої рами більш економічний.

Однак в кожному окремому випадку не можна забувати про появу згинальних моментів в стійках, які моментально заставляють збільшити переріз стійок і можуть впливати на опори. Так, при слабких грунтах основи, виникнення згинальних моментів в опорних перерізах стійок викликає необхідність влаштування більш важкого фундаменту. Тому в даному випадку буде краще, якщо будуть введені шарнірні опори. Тоді епюра моментів буде мати такий вигляд:



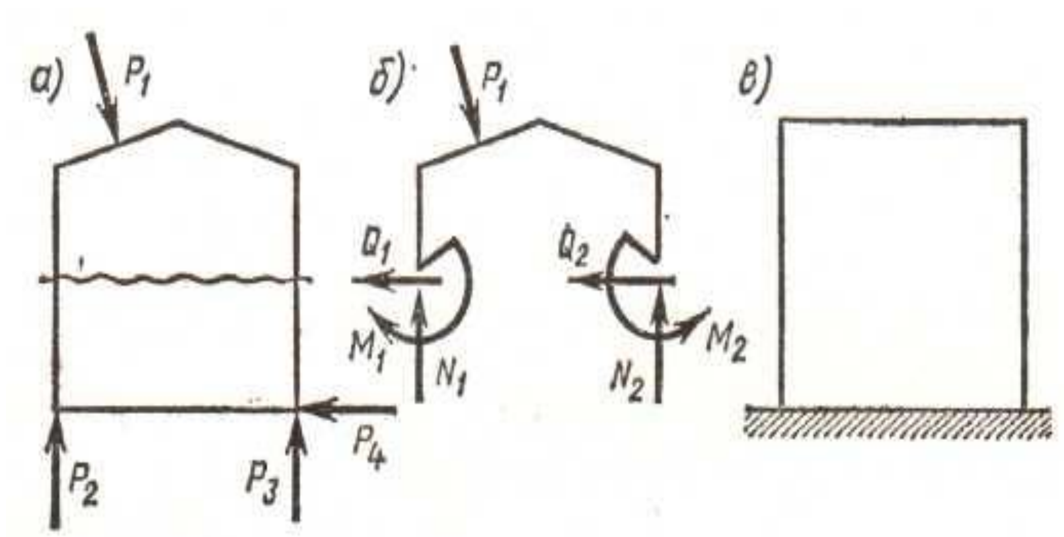
2)Аналіз статичної невизначеності рамних систем

Ступінь статичної невизначеності визначаємо за формулою:

$$\text{Л} = (2\text{Ш}+3\text{Ж}+\text{С}_{\text{оп}}) - 3\text{Д}$$

Л – число зайвих зв'язків.

Однак для рам одержуємо більш зручну формулу.



Розглянемо раму, яка складається з стержнів які утворюють один безшарнірний замкнутий контур. Кожний такий контур три рази статично невизначений, тому що коли ми його переріжемо, то до верхньої частини, що залишилась, в місці розрізу кожного елементу потрібно прикласти поперечну силу, згинальний момент, і повздовжню силу, які будуть заміняти дію відкинутої частини.

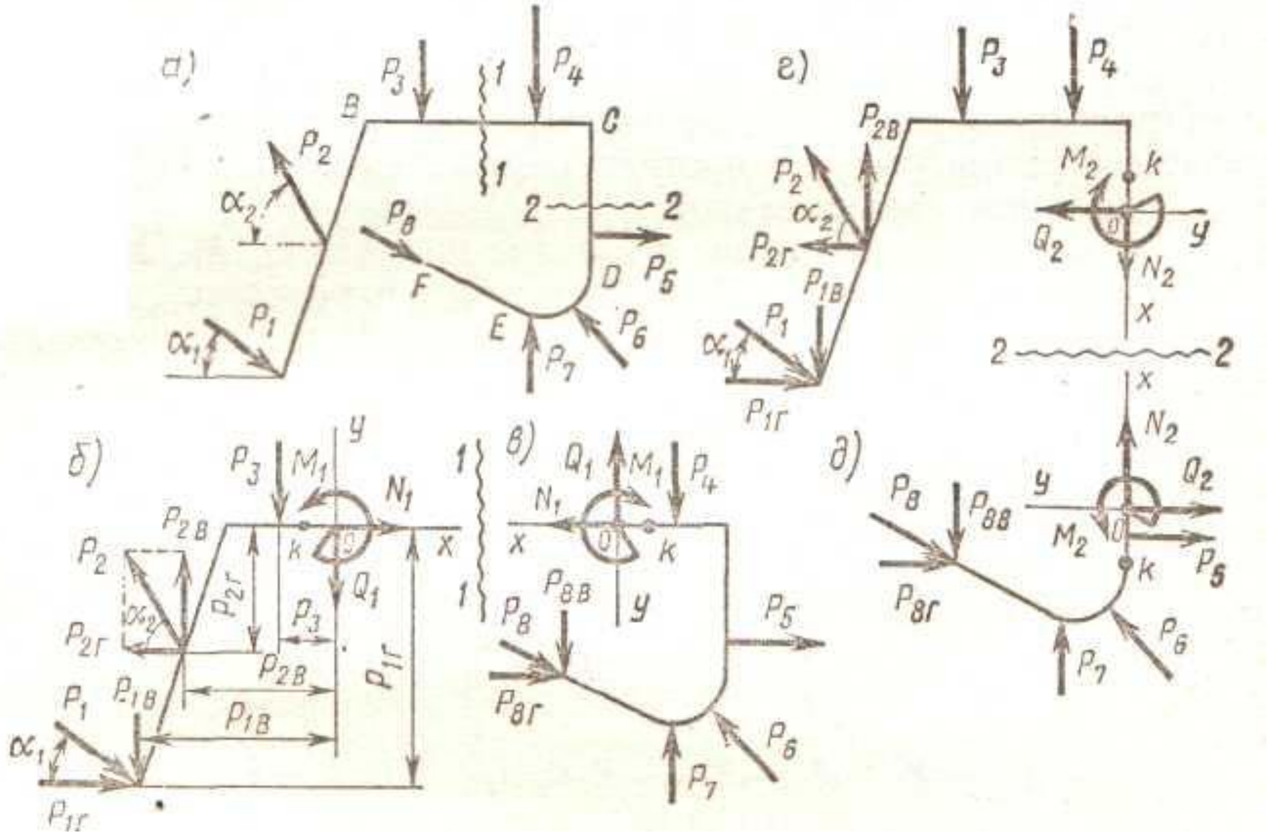
Тоді: **Л = 3К.**

Якщо є шарніри, то ступінь статичної невизначеності рамної системи з жорсткими і шарнірними вузлами рівна потроєному числу замкнутих контурів, зменшеному на сумарне число простих і приведених до них складних шарнірів.

Л = 3К – Ш.

3) Розрахунок рамних систем.

Правила знаків.



Статичний розрахунок рамних систем полягає у визначенні поперечних сил Q, згинальних моментів M та поздовжніх сил N. Що таке поперечна сила та згинальний момент вказано в темі 3 (шарнірна балка), тому в даній темі дамо визначення тільки поздовжньої сили N.

Повздовжня сила N – це алгебраїчна сума проекцій всіх зовнішніх сил на вісь, паралельну осі елементу.

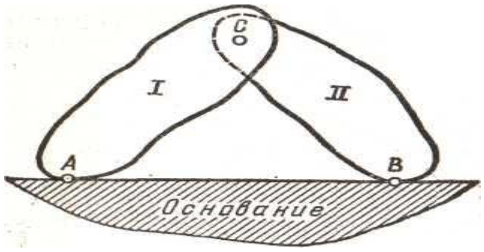
Повздовжня сила вважається додатньою, якщо вона направлена в бік зовнішньої нормалі, тобто викликає розтяг елементу; якщо викликає стиск, то вважається від’ємною.

При побудові епюри N значення відкладаються у два боки від осі елементу.

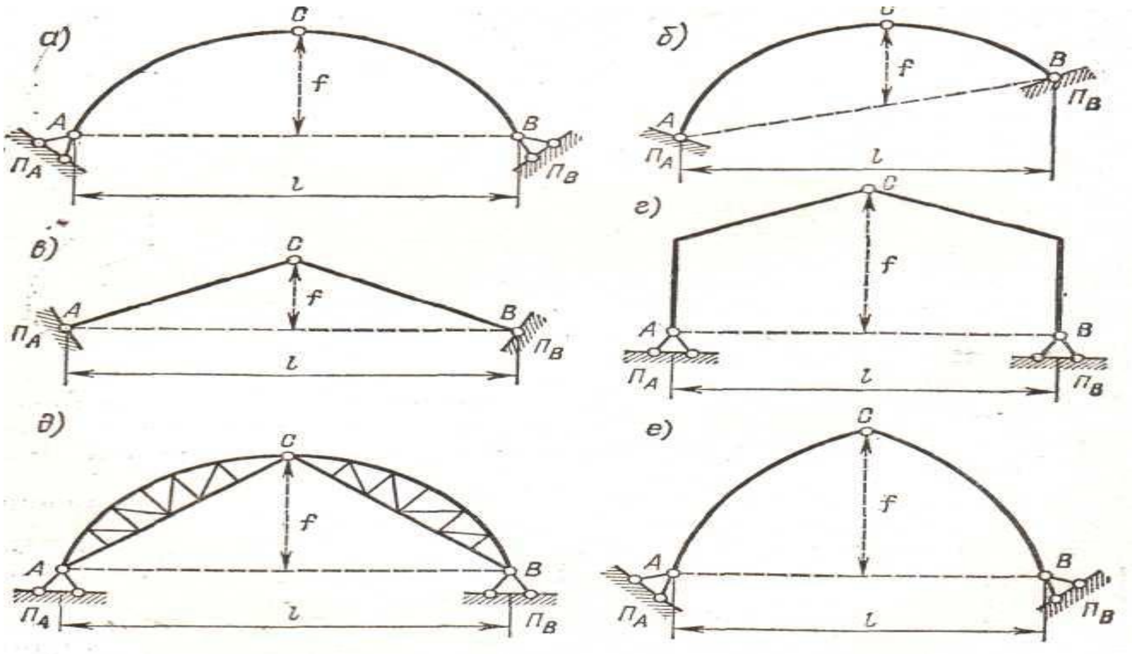
Тема 5. Тришарнірні арки.

1) Загальні відомості.

Тришарнірна арка являється одним з видів тришарнірних систем. Тришарнірна система складається з двох дисків, з’єднаних між собою одним щарніром і двома шарнірами з основою. Ці шарніри не повинні лежати на одній прямій. Якщо розглядати основу як диск, то тришарнірна система може бути представлена як з’єднання трьох дисків за допомогою трьох шарнірів, які не лежать на одній прямій. Така система геометрично незмінна.



Якщо диски представляють собою стержні криволінійної форми, то система називається тришарнірною аркою, а якщо диски являються прямі чи ламані стержні, то система буде мати назву тришарнірна рама. Якщо дисками являються ферми, то система називається тришарнірною арочною фермою.



2) Термінологія арок.

Для арок існують слідуючі терміни:

1) вісь арки – крива лінія, яка з'єднує центри ваги поперечних перерізів; може бути круглої, коробової, параболічної чи еліптичної форми;

2) п'яти арки – опорні площини $П_A$ і $П_B$;

3) «замок» чи «ключ» арки – точка вісі, найбільш віддалена від лінії, яка з'єднує центри п'ятових шарнірів A і B.

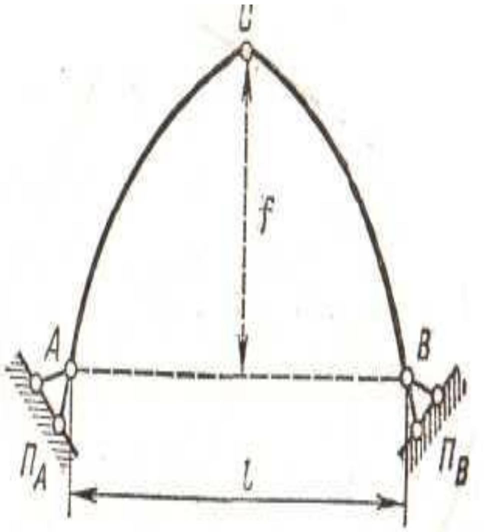
4) піднімання чи стріла піднімання арки f – відстань по вертикалі від « замка» до лінії, яка з'єднує центри п'ятових шарнірів ;

5) проліт арки l - горизонтальна відстань між вертикалями, які проходять через центри п'ятових шарнірів.

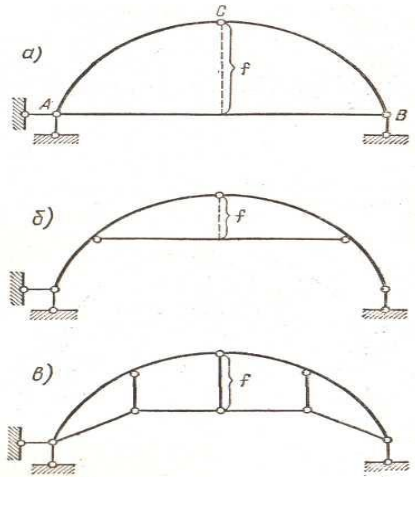
В арках навантаження старається розперти кінці, тому на опорах виникає горизонтальна опорна реакція, яка називається «розпором». Саме наявністю цього розпору арка і відрізняється від балки.

Опори арок зазвичай розташовуються на одному рівні. Якщо опори розташовані на різній висоті, що на практиці зустрічається дуже рідко, то арка називається **повзучою**.

При великому підйомі середньої частини одержується **стрілчата** арка.



Інколи опори трьохшарнірних арок з'єднуються горизонтальним стержнем, який називається **затяжкою**, яка сприймає розпираючу дію навантаження. В такому випадку одна із опор робиться рухомою. Арки з затяжкою можуть мати масивні опори, так як при вертикальному навантаженні виникають лише вертикальні навантаження, як у балок.



По матеріалу : арки можуть бути металеві, дерев'яні, кам'яні, бетонні і залізобетонні.

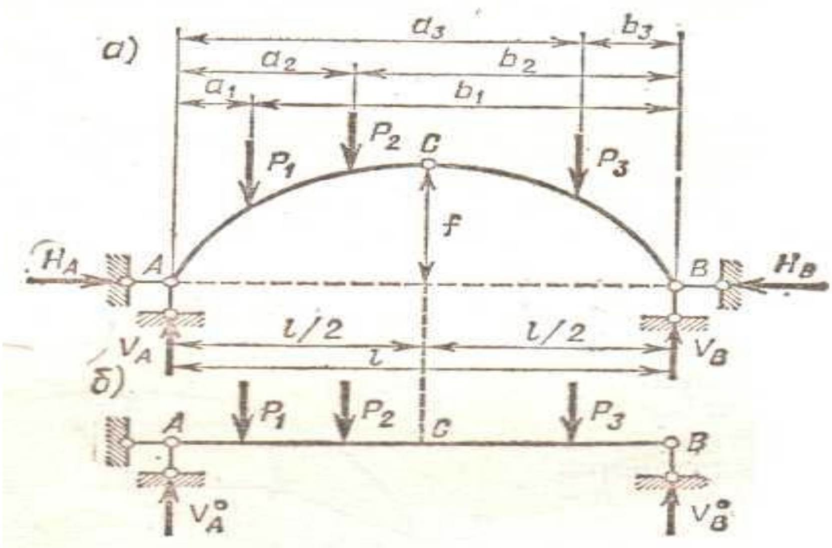
Ми з вами будемо розглядати тільки трьохшарнірні арки з опорами на одному рівні і при вертикальному навантаженні.

Галузь застосування: при будівництві велико прольотних громадських і промислових будівель, ангарів, критих стадіонів, виставкових павільйонів,цехів авіаційних заводів, складів.

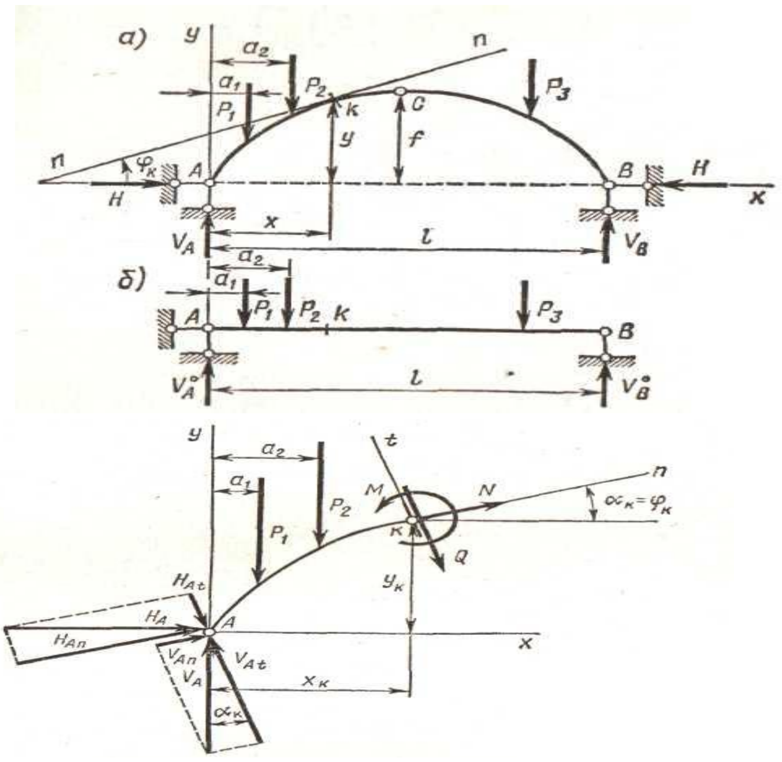
3) Розрахунок арочних систем.

Визначення реакцій опор.

Навантаження, прикладені до арки викликають опорні реакції, які складаються з вертикальних V_A і V_B і горизонтальних H_A і H_B складових. Горизонтальні складові -- **розпори**.

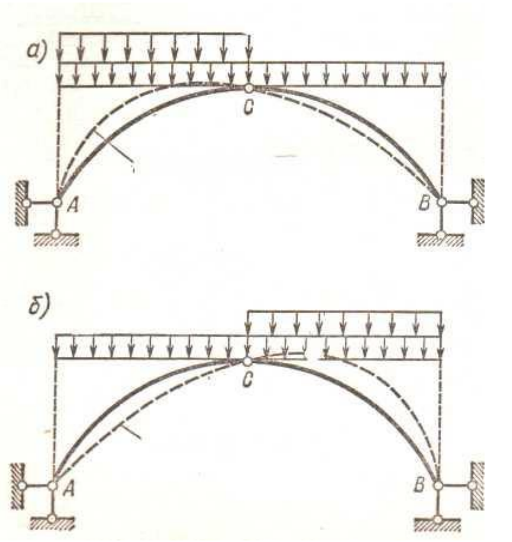


Оскільки, арочна система являється криволінійним елементом, то при визначенні поперечної та поздовжньої сил необхідно враховувати значення кутів дії сил.



4) Раціональна вісь арки.

Крива тиску



Вісь арки, яка співпадає з кривою тиску, називається раціональною.
Це можливо у слідуючих випадках:
1) при дії на арку рівномірно розподіленого по всьому прольоті навантаження;
2) коли вісь арки має форму квадратної параболи.

Тема 6. Статично визначені плоскі ферми.

1) Загальні відомості.

Фермою називається система, яка складається з прямолінійних стержнів з'єднаних між собою кінцями. Місця з'єднань називаються **вузлами.**

Вузли виконують жорсткими, зварюючи чи на заклепках. В розрахункових схемах вузли передбачаються шарнірними, цим розрахункові схеми відрізняються від дійсних споруд.

Таке спрощення не викликає значної різниці зусиль в стержнях.

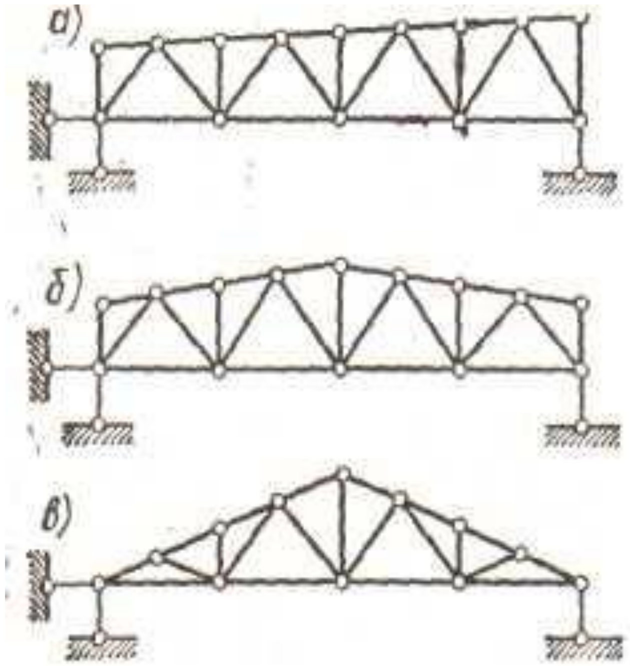
Відстань між центрами опорних вузлів називається **прольотом ферми**. Стержні утворюють верхній і нижній пояс. Внутрішні стержні утворюють решітку ферми. Вертикальні –стійки, похилі – розкоси.

Відстань між сусідніми вузлами поясів називається
довжиною панелі –d.

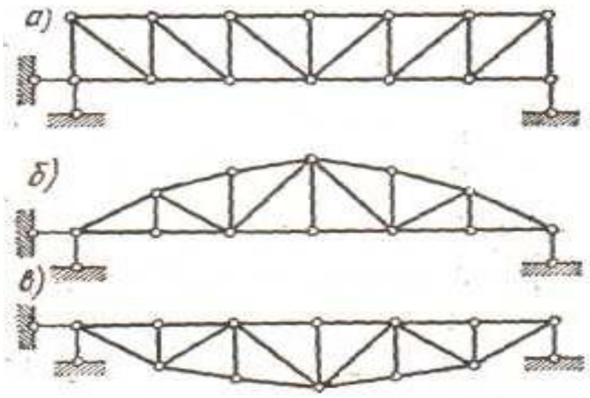
2) Класифікація ферм.

1) По призначенню:

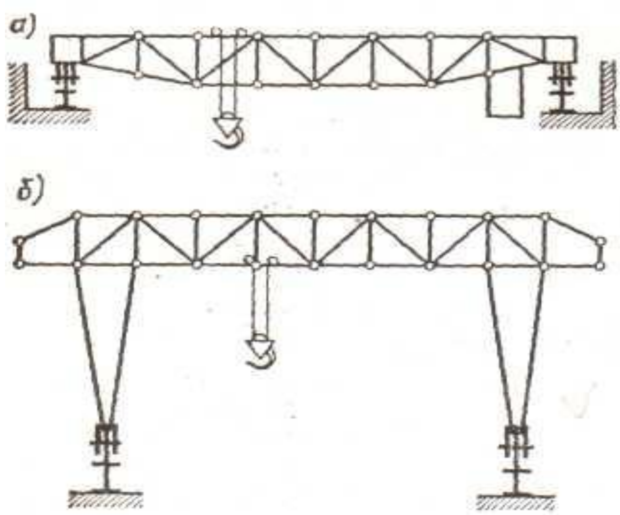
а) кроквяні, застосовуються для підтримання покриття в промислових, громадських і житлових будівлях;



б) ферми залізнодорожних і автодорожних мостів;



в) ферми кранів промислових цехів і складів;

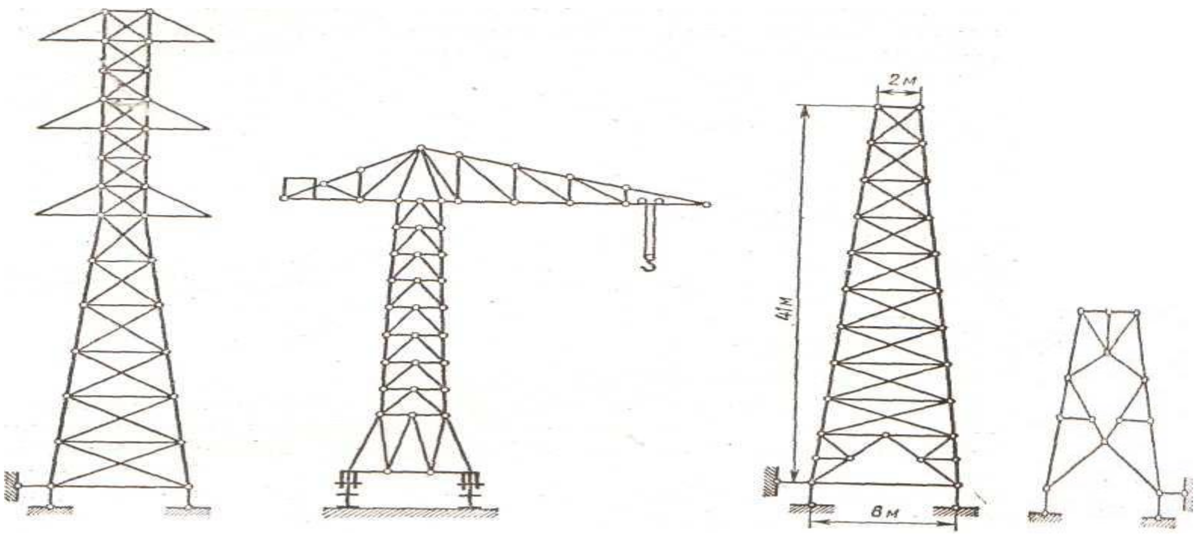


г) мачти високовольтних ліній;

д) ферми будівельних кранів;

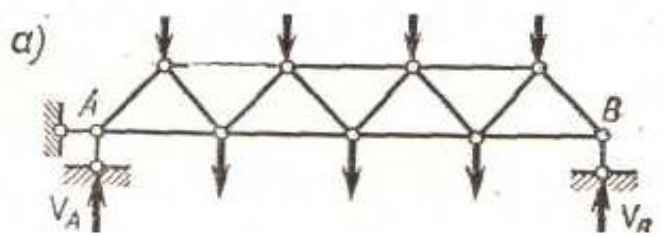
е) нафтові вишки;

ж) ферми для легких мостових опор.

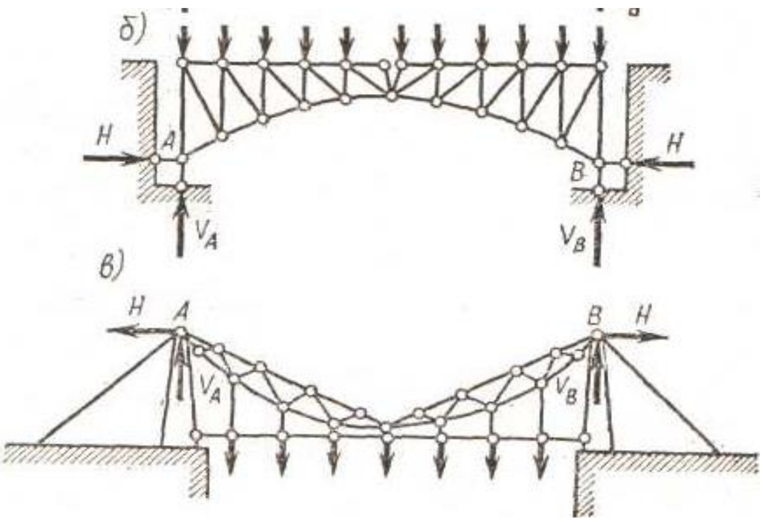


2) По направленню опорних реакцій:

а) безрозпірні чи балочні ферми з вертикальними опорними реакціями;

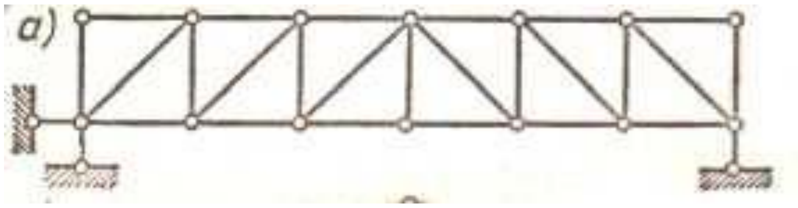


б) розпірні ферми – арочні і висячі, у яких виникають і горизонтальні опорні реакції.

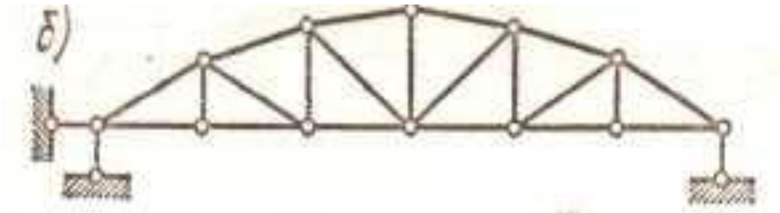


3) По окресленню поясів:

а) з паралельними поясами:

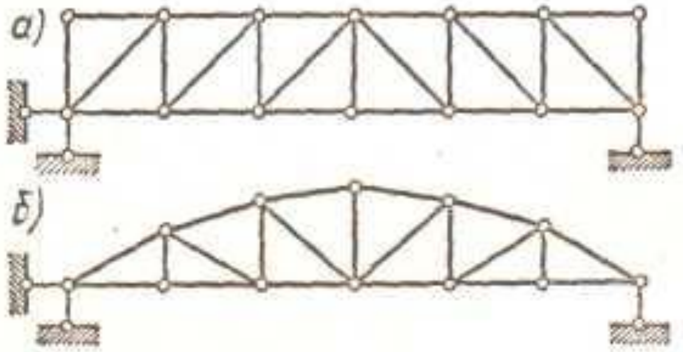


б) з ламаними поясами:

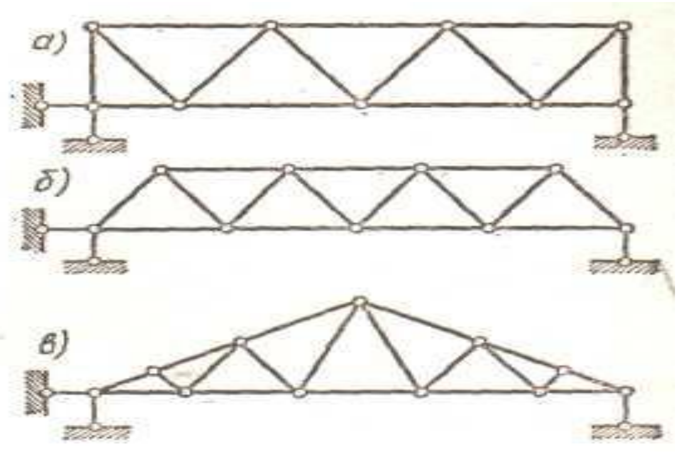


4) По системі решітки;

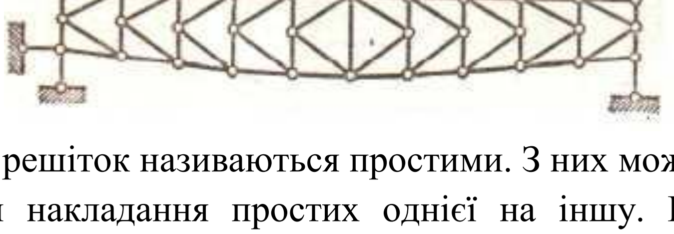
а) з розкісною решіткою;



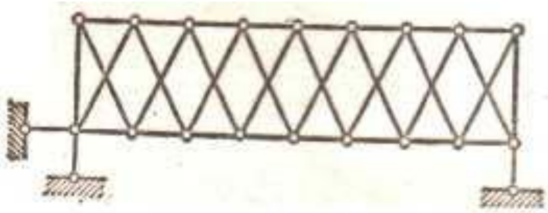
б) з трикутною решіткою (решітчасті);

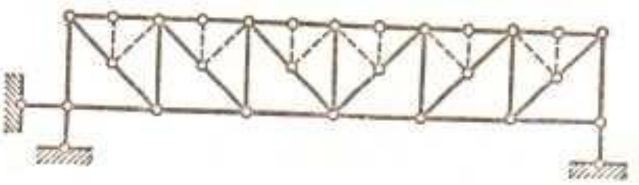


в) ферми з напіврозкісною решіткою.



Ці три види решіток називаються простими. З них можна утворити складні або складені, шляхом накладання простих однієї на іншу. Вони називаються двох розкісними і двох решітчастими. Якщо в просту решітку включені додаткові стержні – шпренгелі, то одержуємо шпренгельні ферми.





3) Геометрична незмінність і статична визначеність ферм.

Ферми як і всі інші споруди повинні бути нерухомими відносно землі і геометрично незмінні. Нерухомість відносно землі досягається влаштуванням опор, а незмінність внутрішньої структури – правильним з'єднанням стержнів чи окремих дисків.

Геометрична незмінність визначається:

$$\mathbf{W = 3Д - (2Ш + 3Ж + C_{оп}) = 0}$$

Для ферм ця формула незручна, тому що велика кількість стержнів, які приймаються за диски і важко рахувати прості чи приведені до них складні шарніри. Тому на практиці застосовують більш простішу формулу:

$$\mathbf{W = 3C_ф - [2(2C_ф - n) + C_{оп}] = 0}$$, **звідки**

$\mathbf{C_ф + 2n - C_{оп} = 0}$ **або** $\mathbf{C_ф + C_{оп} = 2n}$,

де : $C_ф$ - кількість стержнів ферми;

$C_{оп}$ – число опорних стержнів;

$$\mathbf{C = C_ф + C_{оп}}$$

n- число вузлів ферми;

Сф – сумарне число стержнів.

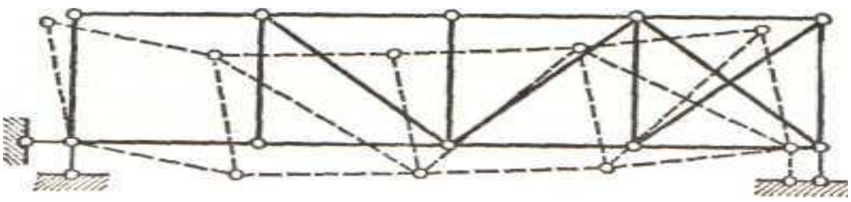
Для визначення шарнірів:

$$\mathbf{Ш = 2C_ф - n.}$$

Перевірка геометричної незмінності ферм по формулах : $C_ф = 2n$;

$C_ф = 2n - 3$ являється необхідною, але не достатньою, так як дані умови в деяких випадках можуть виконуватись , але ферма все одно буде геометрично змінною, завдяки неправильному розташуванню стержнів.

Наприклад:



Геометрично змінна тому що в першій панелі має місце шарнірний квадрат (найпростіша змінна система), який навіть при незначному навантаженні перетворюється в ромб і викликає зміщення всіх вузлів ферми вліво.

Тому потрібно виконувати ще й і структурний аналіз ферм.

4) Аналітичний метод визначення зусиль в стержнях ферми.

1) Визначення опорних реакцій.

Визначаємо як для балок, рам, арок.

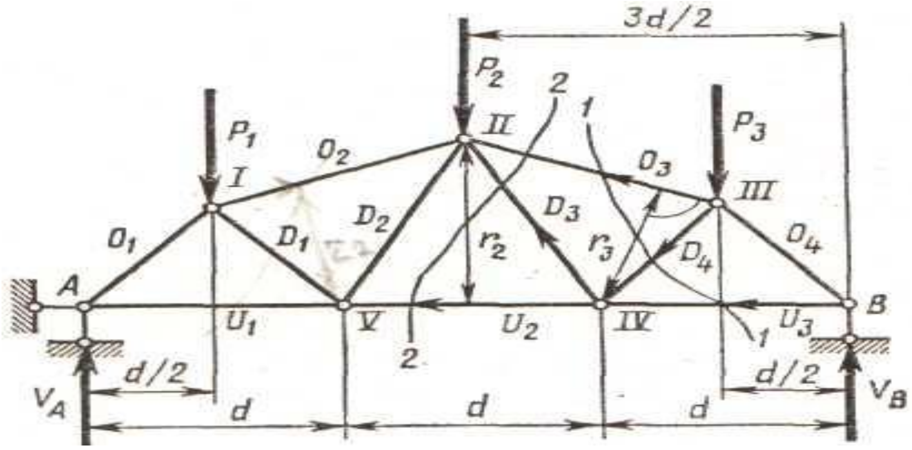
2) Визначення зусиль в стержнях ферми.

Для визначення зусиль використовується метод перерізів. Переріз ділить ферму на дві частини, одну з яких умовно відкидаємо, а іншу розглядаємо. Вона знаходиться у рівновазі під дією прикладених до неї зовнішніх сил і внутрішніх, які замінюють вплив відкинутої частини.

Складаємо рівняння рівноваги, так щоб в кожне з них входило тільки одне невідоме зусилля. Рівняння рівноваги можуть бути складені для любої відрізаної частини ферми, але вибирається та частина , до якої прикладається найменше сил.

В залежності від виду рівнянь рівноваги, розрізняють слідуючі основні способи визначення зусиль:

а) Спосіб моментної точки (спосіб Ритера).



В основу цього способу покладена умова:

алгебраїчна сума моментів всіх зовнішніх сил, прикладених до частини ферми, що знаходиться в рівновазі відносно любої точки в площині ферми, **дорівнює нулю**.

Майже у всіх статично визначених фермах з простою решіткою розріз ферми можна провести так, щоб він перерізав не більше трьох стержнів, які не мають спільної точки перетину. Якщо взяти за моментну точку точку перетину двох стержнів, то рівняння рівноваги буде мати лише одне невідоме.

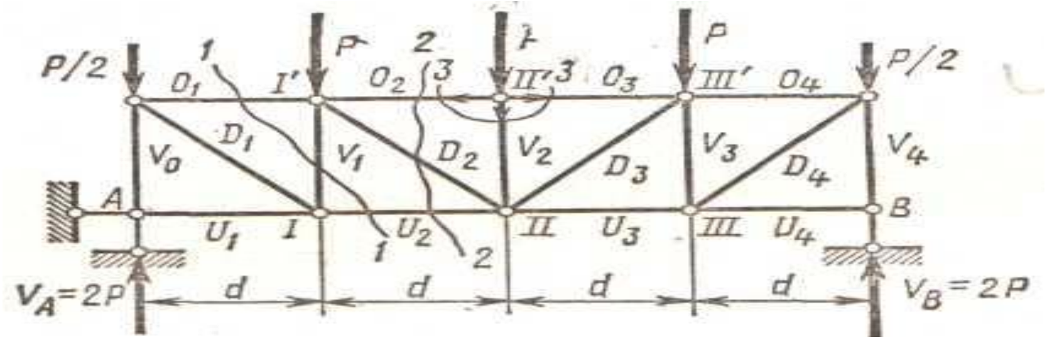
б) Спосіб проекцій.

В основу покладено, що:

алгебраїчна сума проекцій всіх зовнішніх сил, прикладених до відсіченої частини ферми, **на одну чи на дві осі координат дорівнює нулю.**

Застосовується у таких випадках:

1) визначення зусилля в даному стержні ферми способом моментної точки неможливо (ферми з паралельними поясами);
2) коли потрібно визначити зусилля у двох стержнях, які сходяться у одному вузлі (визначаємо зусилля за допомогою вирізання вузлів (спосіб вирізання вузлів)).
Наприклад:

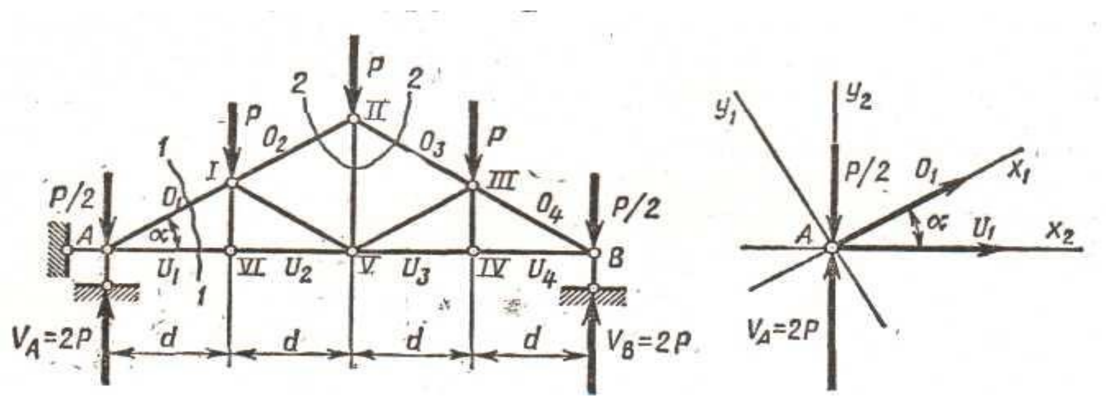


Визначаємо зусилля в стійці V_1 і розкосі D_2.
Проводимо переріз <u>1-1</u>, який перетинає три стержня O_1 , V_1, U_2. Стержні O_1 і U_2. паралельні, тобто не мають моментної точки. Тому складаємо рівняння рівноваги у вигляді: алгебраїчної суми проекцій всіх сил на вертикальну вісь рівної нулю:

$\Sigma Y = 0$; $V_A - P/2 + V_1 = 0$

$V_1 = - V_A + P/2 = - 2P + P/2 = - (3/2) P$

в) Спосіб вирізання вузлів (схема вирізаного вузла).

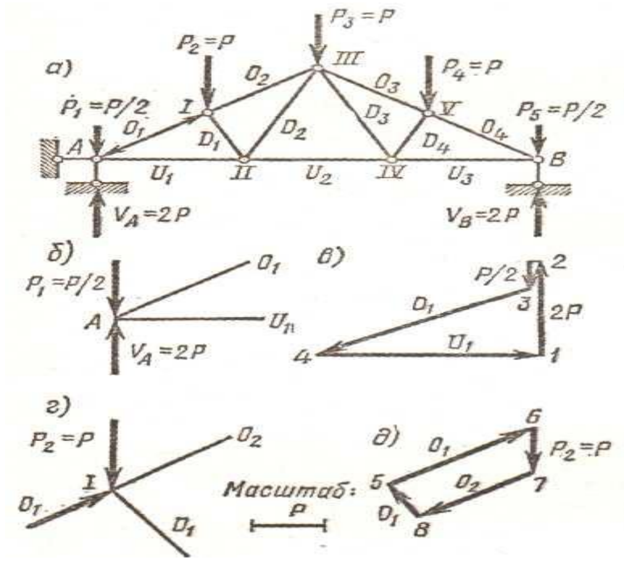


5. Графічний метод визначення зусиль в стержнях ферми.

Графічний метод визначення зусиль в стержнях ферми – це побудова замкнутих багатокутників сил, які сходяться в одній точці. Кожен вузол ферми можна розглядати як точку, до якої прикладена зрівноважена система зовнішніх і внутрішніх сил.

Якщо число невідомих зусиль в стержнях, які сходяться в одному вузлі, не більше двох, то побудувавши для даного вузла замкнутий багатокутник сил, зможемо графічно визначити невідомі зусилля.

Розглянемо приклад:



В опорному вузлі А сходяться чотири зрівноважуючі сили – реакція $V_A = 2P$, сила $P_1 = P/2$ (зовнішні зусилля) і внутрішні зусилля в стержнях O_1 і U_1. Вирізаємо цей вузол і будуємо для нього замкнутий багатокутник сил.

Відкладаємо вверх відрізок 1-2 який дорівнює $V_A = 2P$ (в масштабі) , з точки 2 будуємо вниз відрізок 2-3, який рівний силі $P_1 = P/2$. З точки 3 будуємо лінію паралельну зусиллю O_1, а з точки 1 лінію паралельну зусиллю U_1. Вони перетнуться в точці 4, утворивши замкнутий трикутник 1-2-3-4-1. Довжини 3-4 і 4-1 виміряні в масштабі сил, дадуть величину зусиль в стержнях O_1і U_1.

Так поступово вирізуючи вузол за вузлом можемо визначити зусилля в кожному стержні. Послідовність вирізання вузлів визначається тим, що в кожному вузлі має бути не більше двох невідомих сил. Кожному вузлу буде відповідати окремий замкнутий силовий багатокутник.

Для того, щоб визначити зусилля у всіх стержнях ферми, потрібно побудувати стільки силових багатокутників, скільки є вузлів. Але розкидані окремі силові багатокутники, у яких кожне внутрішнє зусилля в стержні повторюється два рази, так як любий стержень входить в склад двох вузлів, не зручні.

Англійський фізик Максвел і італійський математик Кремона майже одночасно (Максвел – 1870 р., Кремона – 1872 р.) запропонували вдосконалити спосіб визначення зусиль в стержнях ферми методом вирізання вузлів шляхом об'єднання силових багатокутників, побудованих для окремих стержнів, в одну загальну діаграму, в якій кожне зусилля в стержнях зустрічається один раз.

Така діаграма називається діаграма Максвела - Кремони.

На практиці її називають діаграмою зусиль.

Для побудови діаграми попередньо потрібно визначити слідуюче:

1) зобразити в масштабі схему ферми з прикладеними у вузлах заданими силами і реакціями опор, які повинні бути визначені попередньо.

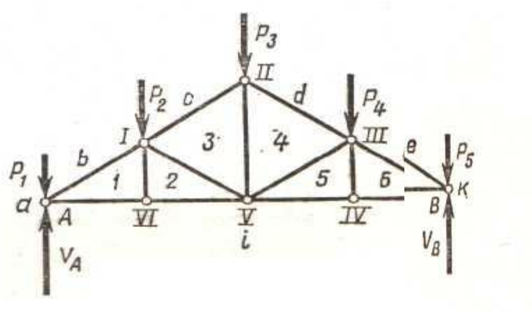
2) ділянки площини ферми між сусідніми зовнішніми силами, а також частини площини всередині решітки утворюють зовнішні і внутрішні райони ферми (ще

називаються зонами або полями). Зовнішні райони будемо позначати буквами а,в,с,… (за годинниковою стрілкою), а внутрішні цифрами 1,2,3,...

3) позначаємо зовнішні сили , активні і реактивні, двома буквами по назві стержневих районів. Так сила P_1 буде позначатися а-в, сила P_2--в-с, права опорна реакція -- k-i, ліва -- i-a.

4) позначаємо зусилля в стержнях ферми двома цифрами чи буквою і цифрою по назві стержневих районів, дотримуючись правила обходу вузла за годинниковою стрілкою (U_1 -- 1-і ;O_1 – в-1,..).

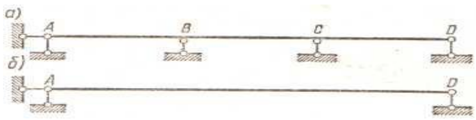
Наприклад:



Тема 7. Статично невизначені системи.

1) Загальні відомості.

Зайві зв'язки в статично невизначених системах являються зайвими з точки зору забезпечення незмінності і рівноваги системи, яка без них може бути незмінною і знаходитись у рівновазі. Встановлення таких зв'язків викликається конструктивними особливостями системи.



Наприклад :

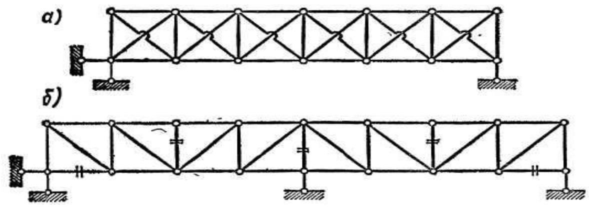
Балка АВСД має два зайвих зв'язки. Якщо відкинути В і С або С і Д то в обох випадках балка буде незмінною.

Однак на практиці вона буде непридатною, оскільки у 1 випадку при великому прольоті, у 11 – при великій довжині консолі -- виникнуть великі згинальні моменти.

До статично невизначених відносяться слідуючі системи :

1) Балки: багато прольотні нерозрізні, одно прольотні з одним чи двома защемленими кінцями.

2) Арки: безшарнірні і двохшарнірні арки. Безшарнірні – тричі статично невизначені, двохшарнірні – один раз.
Дуже рідко зустрічаються одношарнірні арки і арки з защемленими кінцями і шарніром в ключі – двічі статично невизначені.
3) Рами.
4) Ферми: з зайвими стержнями в самій фермі чи з зайвими опорними
стержнями



2) Основні властивості статично невизначеної системи.

а) Статично невизначена система, завдяки наявності зайвих зв'язків, являється більш жорсткою, порівнюючи з незмінною системою і статично визначеною.

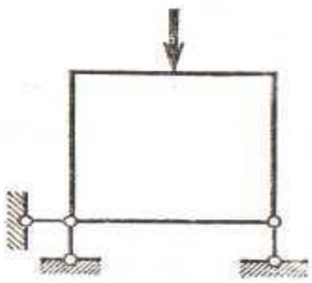
б) В статично невизначених системах при навантаженні виникають менші внутрішні зусилля, ніж у статично визначених, тому що зусилля залежать від співвідношення жорсткості перерізу.

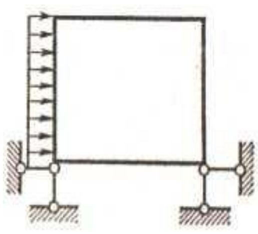
в) Деякі елементи статично невизначеної системи можуть бути видалені чи перенапружені, однак система ще зможе нести навантаження
(тобто миттєвого руйнування системи не буде).

г) В статично невизначеній системі можливе виникнення зусиль без навантаження.

Ця властивість являється негативною. Зусилля можуть з'явитися в результаті зміни температури, осідання матеріалу, зміщення опор , розтягу неточно виконаних елементів. Із статично невизначених систем виділяють так звані статично невизначені системи з зовнішньою статичною визначеністю – це такі системи, у яких за допомогою рівнянь рівноваги
можуть бути визначені реакції зовнішніх зв'язків, реакції опор, але не внутрішні зусилля, які виникають в перерізах елементів системи. (Приклад: рама з затяжкою).

Розрахунок статично невизначених систем починається з визначення ступеню





статичної невизначеності.

$$Л = (2Ш + 3Ж + С_{оп.}) - 3D.$$

Однак для рам зручніше користуватись слідуючою формулою :

$$Л = 3К - Ш.$$

- для одноповерхових рам без затяжок і проміжних шарнірів:

$$Л = С_{оп} - 3$$

де: Л – ступінь статичної невизначеності;

$С_{оп}$ –число опорних стержнів;

3 - число рівнянь статики.

3) Розрахунок статично невизначених систем методом сил.

а) Основна система методу сил.

При розрахунку статично невизначених систем методом сил, після визначення ступіню статичної невизначеності, переходять до вибору основної системи.

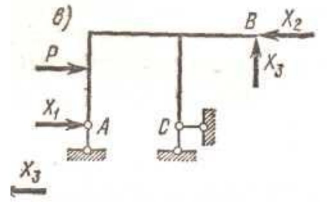
Основною системою методу сил – називається геометрично незмінна статично визначена система, одержана з заданої статично невизначеної шляхом видалення навантаження і зайвих зв'язків.

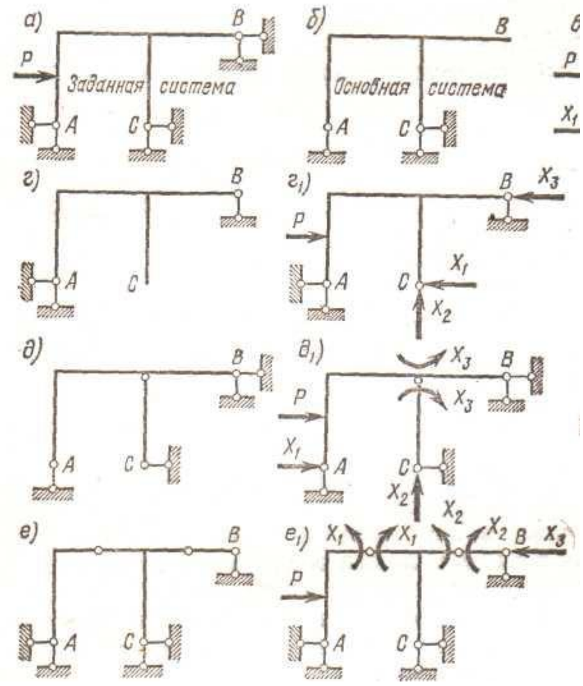
Наприклад: задана система тричі невизначена;

($Л = С_{оп} - 3 = 6 - 3 = 3$).

Видаливши навантаження Р і три опорних стержні одержуємо основну систему. Бачимо, що переріз А може переміщуватися в горизонтальному напрямку , а В – в горизонтальному і вертикальному.

При розрахунку поступають слідуючим чином: навантажують основну систему заданим навантаженням Р і поки що невідомими силами X_1 , X_2, X_3, прикладеними у напрямках відкинутих зв'язків. Ці сили називаються **зайвими невідомими.**





Основна система, навантажена заданим навантаженням Р і зайвими невідомими X1, X2 і X3.

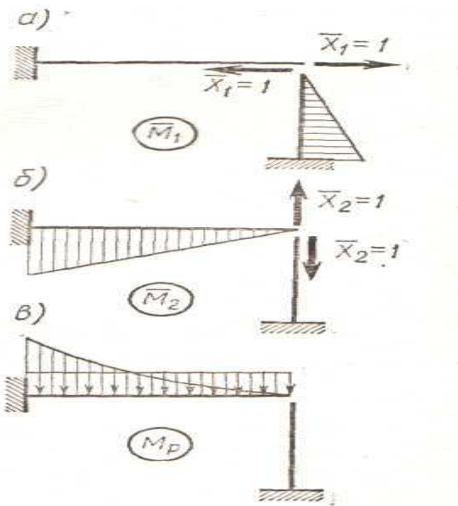
б) Канонічні рівняння методу сил.

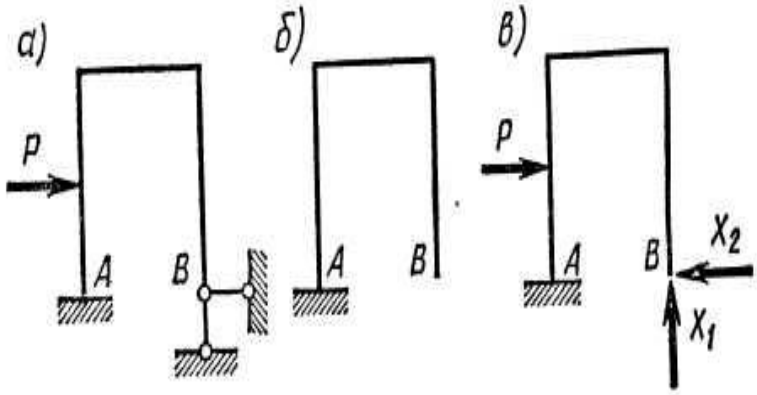
Після вибору основної системи і перетворення її в навантажену переходять до визначення величини зайвих невідомих. Для цього складають систему рівнянь сумісності переміщень. Ці рівняння називають **канонічними** рівняннями методу сил.

Сумарне переміщення точки прикладання зайвих невідомих по напрямку кожної з невідомих сил від дії всіх сил повинно дорівнювати нулю. Ці умови можна виразити так:

$$\boldsymbol{\Delta X_1 (X_1 , X_2 ,P) =0}$$

$$\boldsymbol{\Delta X_2 (X_1 , X_2 ,P) =0}$$





Застосувавши принцип незалежності дії сил, складаємо канонічні рівняння:

$$\boldsymbol{\sigma_{11} X_1 + \sigma_{12} X_2 + \Delta_{1p} = 0}$$

$\sigma_{21} X_1 + \sigma_{22} X_2 + \Delta_{2p} = 0$

Перше рівняння виражає собою рівність нулю сумарного переміщення точки прикладення сили X_1 по її напрямку.

σ_{11} - переміщення точки прикладення сили X_1 по напрямку цієї сили, викликане одиничною силою $X_1 = 1$;

$\sigma_{11} X_1$ – переміщення точки прикладення сили X_1 по тому ж напрямку викликане цією ж силою (не одиничною, а дійсною).

σ_{12} - переміщення тієї ж сили по тому ж напрямку, викликане одиничною силою $X_2 = 1$;

$\sigma_{12} X_2$ – переміщення тієї ж точки по тому ж напрямку, викликане силою X_2 (дійсн.)

Δ_{1p} - переміщення тієї ж точки по тому ж напрямку викликане заданим навантаженням.

4) Порядок розрахунку статично невизначених систем методом сил.

1) Визначають ступінь статичної невизначеності системи .

2) З заданої статично невизначеної системи утворюють основну шляхом видалення заданого навантаження і всіх зайвих зв'язків.

Щоб привезти основну систему у відповідність з заданою навантажують основну систему заданим навантаженням і зайвими невідомими $X_1, X_2,...., X_п$, які прикладені по напрямку відкинутих зв'язків. (Основну систему окремо не показують, а тільки навантаження).

3) Складають канонічні рівняння, кожне з яких виражає рівність нулю сумарного переміщення того чи іншого перерізу навантаженої системи по напрямку відкинутого зв'язку, яке виникає від дії заданого навантаження і всіх зайвих невідомих. Число канонічних рівнянь повинно бути рівним числу відкинутих зв'язків.

4) Після того як склали канонічні рівняння переходять до обчислення одиничних $\sigma_{ік}$ і вантажних Δ_{ip} переміщень.

Вантажним називається такий стан основної системи, при якому вона знаходиться лише під дією заданого навантаження.

Одиничним називається такий стан основної системи, при якому вона навантажена тільки однією силою, яка дорівнює одиниці (X_i=1) та діє в напрямку невідомої реакції (X_i).

а)Викреслюють вантажний і окремо всі одиничні стани основної системи.

б) Далі будують відповідні їм вантажну $M_р$ і одиничні M_1, M_2 ,..., $M_п$ епюри згинальних моментів.

в)Обчислюють одиничні $\sigma_{ік}$ і вантажні Δ_{ip} переміщення, за допомогою способу перемноження епюр.

г)Наприклад: щоб визначити переміщення σ_{11} – потрібно епюру M_1 перемножити саму на себе ; σ_{12} - перемножити епюри M_1 і M_2 ; $\Delta_р$ - M_1 х $M_р$.

При перемноженні епюр необхідно враховувати слідуюче:

а) одиничні переміщення з однаковими індексами - σ_{11} , σ_{22} ,…, σ_{nn} називаються головними; вони ніколи не дорівнюють нулю і завжди додатні, так як при їхньому обчисленні епюри перемножуються самі на себе.

б) одиничні переміщення з різними індексами σ_{i1} , σ_{i2} ,..., σ_{in} називаються другорядними; можуть бути величинами додатніми чи від’ємними, тому що при їх обчисленні перемножуються різні епюри.

в) на основі теореми про взаємні переміщення (теорема Максвела) одиничні переміщення з взаємно переставленими індексами рівні між собою, тобто $\boldsymbol{\sigma_{in} = \sigma n_i}$ **.**

г) знайдені значення σ_{in} і Δ_{ip} підставляють в канонічні рівняння і знаходять зайві невідомі X_1 , X_2,....$X_п$.

д) Завантаживши основну систему заданим навантаженням і вже відомими силами $X_1 = A_1$; $X_2 = A_2$;....$X_п = A_n$, будують епюри Q, M, N, які будуть кінцевими епюрами поперечних сил, згинальних моментів і повздовжніх сил.

Кінцеву епюру згинальних моментів можна отримати і іншим способом, шляхом додавання ординат епюри M_p з відповідними ординатами епюри M_1 , помноженими на X_1 , ординатами епюри M_2 , помноженими на X_2 , і ординатами епюри M_n помноженими на $X_п$, тобто:

$$M_{кін.} = M_p + M_1 X_1 + M_2 X_2 + ... + M_n X_n .$$

е) Виконують перевірку розрахунку.

5) Перевірка правильності побудови епюр.

Одержані кінцеві епюри необхідно перевірити на правильність побудови.

Перш за все проводиться статична перевірка. Але вона не дає гарантії правильності розрахунку. Наприклад: якщо зайві невідомі визначені невірно, то епюра побудована по цих даних буде вірною, тому статична перевірка буде задовільнятися. Але сам розв'язок в цілому невірний. Помилки при визначені зайвих невідомих можна виявити за допомогою **деформаційної** чи **кінематичної** перевірок. Суть в тому що: переміщення в основній системі по напрямку відкинутих зв'язків від сумісної дії всіх зайвих невідомих і заданого навантаження дорівнюють нулю. Це можна зробити шляхом перемноження кінцевої епюри М на відповідну одиничну M_1. При правильному визначенні переміщення будуть рівні нулю.

При перемноженні ординат з однаковими знаками використовують слідуючу формулу:

$$\omega y = l/6\ (ac + 4\ fq + вd);$$

де : 1 – довжина ділянки , на якій перемножаються епюри ;

ac - добуток крайніх лівих ординат;

4 fq - добуток середніх ординат ;

Bd - добуток крайніх правих ординат .

Якщо ординати, які перемножують з різними знаками, то використовують формулу:

$$\omega y = l/6\ (2ac + 2\ вd + ad + вc).$$

Тема 8. Нерозрізні балки.

1) Загальні відомості.

Нерозрізною називається розташована на опорах статично невизначена балка, яка має безперервну будову по всій довжині з числом прольотів від двох і більше.

Наприклад:

По числу прольотів - двох прольотні, трьох прольотні і т .д. Одна з опор робиться шарнірно нерухомою чи защемленою - всі інші шарнірно рухомі. Опори позначають зліва на право арабськими цифрами 0;1;2;3;4;...п, а прольоти L_1, L_2 .. .$L_п$. Індекс при довжині кожного прольоту співпадає з номером правої опори цього прольоту . Переріз нерозрізних балок робиться переважно постійним по всій довжині, але, інколи, при великій різниці навантажень в прольотах, вони мають різний переріз. Опори зазвичай розташовуються на одній прямій.

В статичній невизначеності легко переконатися підрахувавши ступінь статичної невизначеності. Для нерозрізних балок знаходиться за формулою :

Л=Соп-3

де: **Л -** ступінь статичної невизначеності;

Соп - кількість опорних стержнів;

3 - три рівняння рівноваги статики**.**

2) Переваги і недоліки.

Переваги: 1)легші, ніж розрізні;

2)забезпечують більш надійний зв'язок опор між собою.

Недоліки : 1)чуттєвість до нерівномірного осідання опор.

3) Галузь застосування .

Широко використовуються при будівництві громадських і промислових будівель , для влаштування перекриття і підкранових балок , залізно дорожніх і автодорожніх мостів.

4) Рівняння трьох моментів.

Нехай розглянемо багато прольотну нерозрізну балку на ділянці між опорами n-2 і n+2.

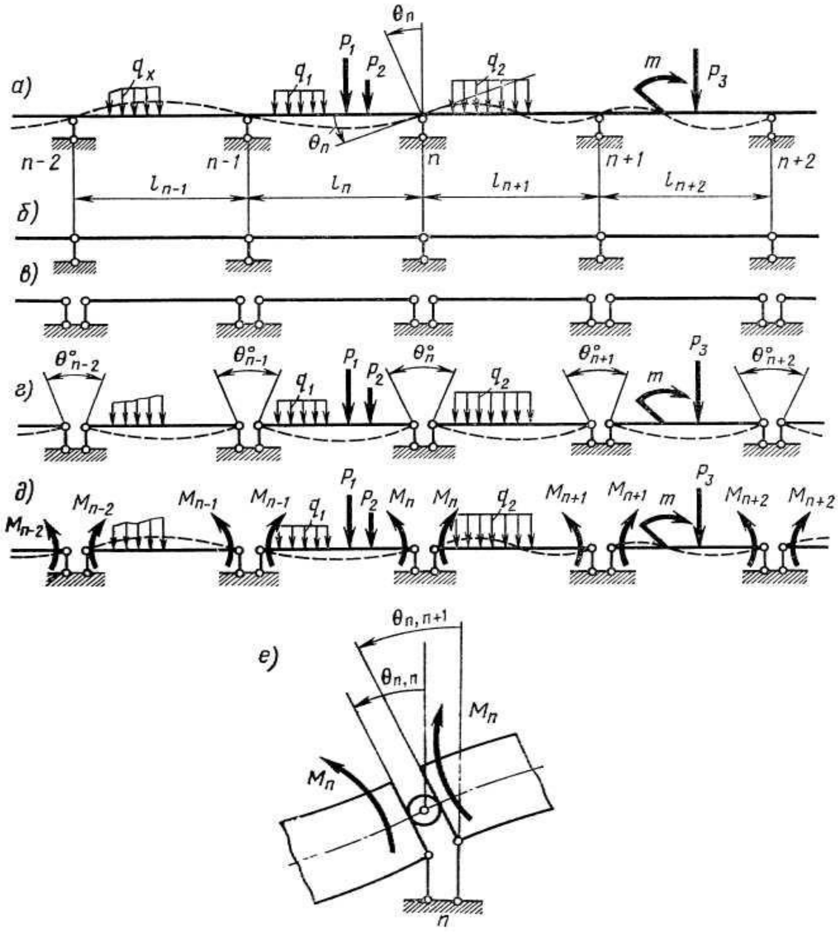
Пунктирною лінією показана пружна вісь цієї частини балки і кут повороту перерізу на опорі n.

В якості основної системи приймаємо запропоновану французькими інженерами Берто і Клапейроном балку з шарнірами, встановленими над проміжними опорами.

Але ми знаємо, що в перерізі балки, проведеному через центр шарніра згинальний момент дорівнює нулю. Тому шарніри введені у всі проміжні опорні перерізи даної нерозрізної балки, знищують всі згинальні моменти в цих перерізах.

Тоді дану систему зручніше розглядати, як систему з окремих балочок на шарнірних опорах.

Але ми бачимо, що між основною системою і заданою є розбіжності. Щоб привести основну систему до заданої, навантажуємо основну систему заданим навантаженням.

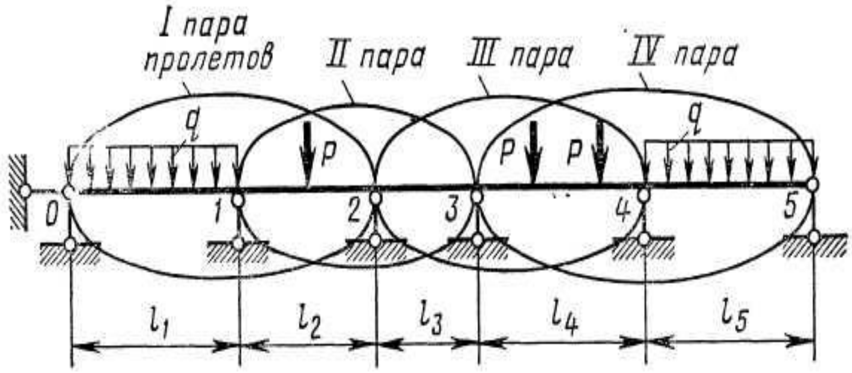


Тоді, внаслідок наявності шарнірних опор, окремі балочки основної системи вигнуться , а їх опорні перерізи повернуться один відносно другого і утворять так звані кути перелому.

Однак в заданій системі пружна вісь балки представляє собою безперервну плавну криву, а в основній - ні.

Щоб цій умові задовольняла і основна системи, введемо в її опорні перерізи невідомі попарно рівні, але з протилежними напрямками моменти Mn-2; Mn-1; Mn; Mn+1; Mn+2, які будуть замінювати ті внутрішні зусилля, а саме згинальні моменти в опорних перерізах балки, які виявилися рівними нулю в результаті введення шарнірів.

Невідомі моменти прийняті додатніми, тобто направлені так, що повинні викликати розтяг нижніх волокон балки. Одержана в результаті система буде такою ж як задана (якщо дивитись на внутрішні зусилля і переміщення). Тому маючи нерозрізну балку, можемо скласти систему лінійних рівнянь, в кожне з яких ввійдуть три невідомих опорних моменту, які відносяться до кожної пари суміжних прольотів. Всі ці рівняння називаються рівняннями трьох моментів.



5) Виведення рівняння трьох моментів.

Виділяємо з балки два довільні сусідні прольоти. Наприклад: n і n+1.

Спочатку для кожного прольоту будуємо епюри згинальних моментів від прольотного навантаження і опорних моментів .

Епюри моментів від прольотного навантаження покажемо в загальному вигляді, а їхні площі позначимо через ωn і ωn+1 . Координати центра ваги цих площ Cn і Cn+1 . Позначаємо відстань від центра ваги площ до лівої опори п-го прольоту і до правої опори (n+1)-го прольоту через a_n і $_{bn+1}$.

Відстань a_n і $_{bn+1}$ називають плечима площі епюр.

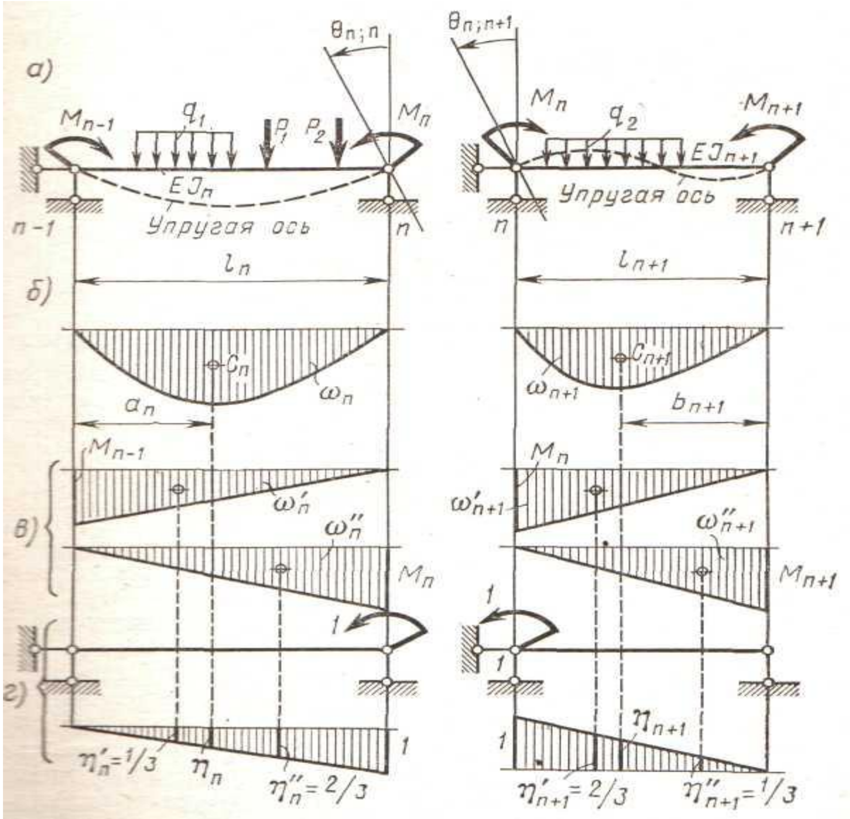
Епюри від опорних моментів кожного прольоту будуть у вигляді трикутників з основами рівними прольотам і з висотами рівними Mn-1 і Mn для лівого прольоту, і Mn і Mn+1 для правого прольоту. Центри ваги цих трикутників знаходяться на відстані 1/3 прольоту від відповідних висот .

Далі будуємо епюри від одиничних моментів Mn=1. Вони будуть також трикутні.

Перемножуємо епюри, тобто площі епюр від зовнішніх навантажень множимо на ординати п одиничних епюр, розташовані проти центрів ваги площ епюр зовнішніх навантажень.

Одержимо рівняння у слідуючому вигляді:

Mn-1*1n+2Mn (1n+1n+1)+Mn+1*1n+1=-6(ωn*an/ 1n+ ωn +1*bn+1/1n+1)



Ліва частина рівняння представляє собою: добуток лівого моменту на лівий проліт, плюс подвоєний добуток середнього моменту на суму лівого та правого прольотів, плюс добуток правого моменту на правий проліт. Права частина: сума добутків лівої площі епюри від прольотного навантаження на частку при діленні лівого плеча на лівий проліт і правої площі епюри від прольотного навантаження на частку при діленні правого плеча на правий проліт .

6) Застосування рівняння трьох моментів.

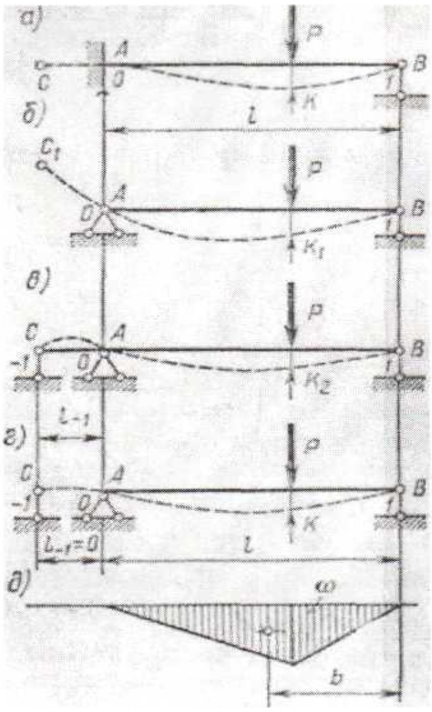
1) Один чи два кінці балки защемлені.

Якщо нерозрізна балка має защемлений кінець, то в такому випадку

защемлення замінюють допоміжним прольотом з шарнірними опорами, розташованими на безкінечно малій відстані одна від другої .

Коли складаємо рівняння трьох моментів довжину допоміжного прольоту 1_{-1} вважаємо рівною нулю.

Розглядаємо 1-й проліт з лівим защемленим кінцем . Прикладаємо у деякій площі зосереджене навантаження Р і побудуємо для цієї балки епюру згинальних моментів.



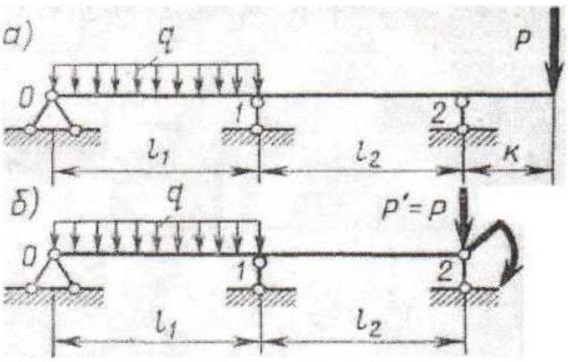
Рівняння трьох моментів має слідуючий вигляд :

$$\mathbf{M_{-1}\,\ell_{-1} + 2\,M_0\,(\ell_{-1} + \ell_1) = M_1\,\ell_1 = -\,6\omega в/\ell_1}$$

Значення **M_{-1} і M_1, ℓ_{-1} дорівнюють нулю, тому $2\,M_0\,\ell_1 = -\,6\omega в/\ell_1$.**

2) Один чи два кінці балки мають навантажені консолі.

Розглядаємо нерозрізну балку з правою консоллю.



Відкидаємо умовно (подумки) консоль і замінюємо її (консолі) вплив на частину, яка залишилась, силою $P^1 = P$ і парою сил з моментом $M_2 = -\,P\,K$, прикладених в опорному перерізі.

Рівняння трьох моментів буде мати слідуючий вигляд :

$$M_0\,\ell_1 + 2\,M_1(\ell_1 + \ell_2) + M_2\,\ell_2 = -\,6(\omega_1 a_1/\ell_1 + \omega_2\,в_2/\ell_2)\,;$$

Оскільки $M_2 = -\,P\,K$, а $M_0 = 0$ і $\omega_2\,в_2/\ell_2 = 0$, то рівняння трьох моментів буде :

$$2\,M_1(\ell_1 + \ell_2) - P\,K\,\ell_2 = -\,6\omega_1 a_1/\ell_1;$$

7) Визначення згинальних моментів, поперечних сил і опорних реакцій.

Розглядаємо довільний n-й проліт нерозрізної балки , в якому діє довільне зовнішнє навантаження, а на опорах прикладені моменти M_{n-1} і M_n , які будемо вважати додатніми.

Беремо довільний переріз на відстані X від лівої опори.

Згинальний момент в перерізі буде представляти алгебраїчну суму трьох величин :

а) згинальний момент M^0_x від дії зовнішнього прольотного навантаження ;

б) згинальний момент $M_x^{(Mn-1)}$ від дії лівого опорного моменту M_{n1};

в) згинальний момент $M_x^{(Mn)}$ від дії правого опорного моменту M_n .

Тобто:

Сумарний згинальний момент :

$$\mathbf{M_x = M^0_x + M_x^{(Mn-1)} + M_x^{(Mn)} = M^0_x + (M_{n-1} / \ell_n)(\ell_n - x) + (M_n / \ell_n) * X = M_x^0 + M_{n-1} + [(M_n - M_{n-1})/\ell_n] * x;}$$

Поперечна сила визначається також як сума поперечних сил від трьох перечислених вище силових факторів :

$$\mathbf{Q_x = Q_x^0 + Q_x^{(Mn-1)} + Q_x^{(Mn)} = Q_x^0 - M_{n-1}/\ell_n + M_n / \ell_n = Q_x^0 + (M_n - M_{n-1})/\ell_n ;}$$

При визначенні згинальних моментів і поперечних сил моменти підставляємо з їх знаками.

Визначаємо опорні реакції.

Нехай визначаємо опорну реакцію R_n опори n.

Для цього вирізуємо опору n двома перерізами, які розташовані безкінечно близько до неї зліва і справа і дію сил, розташованих на відкинутих лівій і правій частині балки замінюємо поперечними силами в цих перерізах $Q_n^{л}$ і $Q_n^{пр.}$

З умови рівноваги ΣY = 0 маємо :

$$\mathbf{Q_n^{л} + R_n - Q_n^{пр.} = 0}$$

$$\mathbf{R_n = Q_n^{пр} - Q_n^{л}}$$

Опорні реакції в нерозрізних балках визначаються після побудови епюри поперечних сил, з якої і беремо значення $Q_n^{л}$ і $Q_n^{пр.}$ з їх знаками.

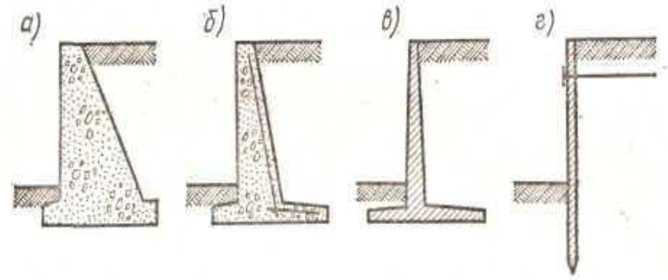
Тема 9. Підпірні стіни.

1) Загальні відомості.

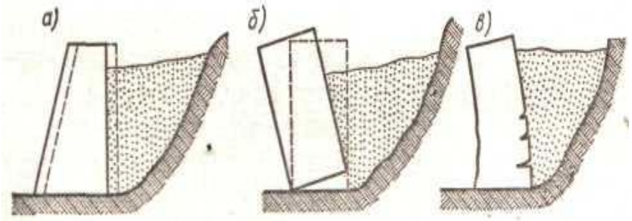
Підпірними стінами називаються споруди, які призначені для утримання грунту чи якогось іншого сипучого тіла від обвалення, а також для сприйняття напору води в гідротехнічних спорудах.

Сипучим тілом називається сукупність дрібних, порівнюючи з загальним об'ємом тіла, твердих частин більш-менш округлої форми.

Підпірні стіни поділяються на:
а) масивні; б) напівмасивні; в) тонкоелементні; г) шпунтові.



Під впливом зусиль, які діють на підпірну стінку, вона може рухатися, перевернутися чи зруйнуватися.



Стійкість масивних стін забезпечується в основному їх власною вагою, напівмасивних -- як власною вагою, так і вагою грунту, який лежить на фундаментній плиті, тонко елементних-- в основному за рахунок ваги грунту і лише в незначній мірі власної ваги, шпунтових стін досягається защемленням шпунта в грунті, а частіше додатково і заанкеруванням.

Для розрахунку стіни необхідно визначити дію сипучого тіла на поверхню цієї стіни. Але ця задача являється надзвичайно важкою і до даного часу не має точного рішення, тому що потрібно знати фізико-механічні властивості сипучих тіл, які залежать від розмірів і форми частинок тіла, їх твердість і шороховатість, силу тертя, яка діє між частинами і залежить від ступеню вологості сипучого тіла і багато інших факторів, які не можливо точно вирахувати. Тому при розрахунку підпірних стін приймають сипуче тіло за ідеально сипуче.

Під ідеально сипучим тілом розуміють сипуче тіло, між частинками якого відсутні сили щеплення.

2) Галузі застосування:

1) Зовнішні стіни підвалів.
2) Берегові стійки мостів.
3) Набережні рік.
4) Огородження гірських доріг.
5) Греблі.

6) Огородження виямок.

3) Теорія граничної рівноваги.

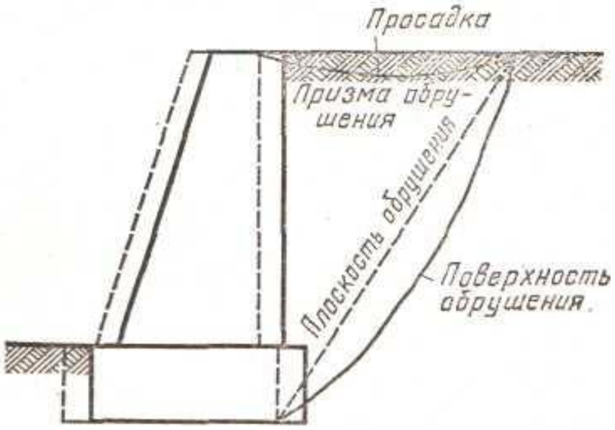
Існує багато теорій для визначення дій сипучого тіла на підпірну стіну. Найбільш простою з них являється запропонована в 1776 р. Кулоном теорія граничної рівноваги.

Основні припущення:

1. Сипуче тіло розглядається як однорідна маса, яка може сприймати лише зрушувальне та стискаюче зусилля.
2. Приймають, що підпірна стіна під тиском маси сипучого тіла починає зміщуватися і в цей момент сприймає так званий активний тиск грунту.

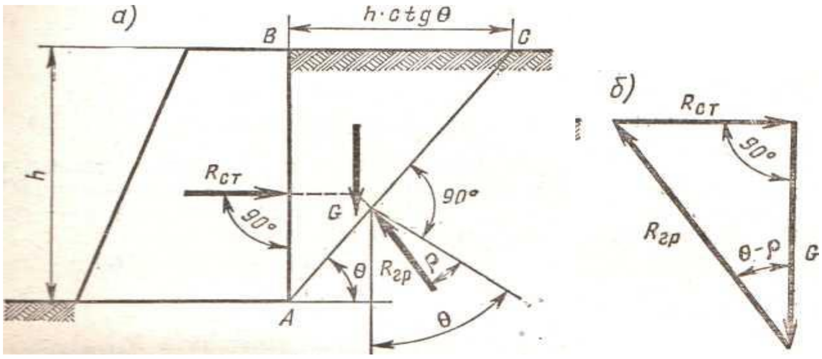
Активним тиском (нопором) грунту E_a називають ту найбільшу дію, яку може спричинити на підпірну стіну маса сипучого тіла разом з розташованим на ній навантаженням в момент початку зміщення стіни.

Вважають, що одночасно зі зміщенням стіни частина сипучого тіла починає сповзати по деякій поверхні, яка називається поверхнею обвалювання. Цю поверхню для спрощення розрахунків приймають за площину. Клин сипучого тіла, утворений поверхнею підпірної стіни і площиною обвалення називаю призмою обвалення.



3. Призму обвалення розглядають як абсолютно тверде тіло, що дозволяє замінювати діючі на неї об'ємні і поверхневі сили їх рівнодіючими: Q, $R_{ст}$, $R_{гр}$.

4. Приймають, що стіна має необмежену довжину, в плані являється прямолінійною і тиск постійний по всій довжині стіни.



а)
B
h·ctgθ
C
h
$R_{ст}$
90°
G
90°
θ
$R_{гр}$
ρ
A
θ
б)
$R_{ст}$
90°
$R_{гр}$
θ-ρ
G

4) Аналітичне визначення активного тиску (розпору) та пасивного тиску (опору) сипучого тіла на підпірну стіну для випадку вертикальної гладкої стіни і горизонтальної поверхні сипучого тіла.

Задня грань стіни вертикальна (ε=0), абсолютно гладка (φ_o=O), поверхня грунту горизонтальна, а реакція стіни перпендикулярна її задній площині.

Якщо кут $\alpha=90°$ (тому що ε і $\varphi°=0$),то реакція стіни визначається за слідуючою формулою:

Rст.=G(sin(θ-ρ))/sin(90^0-(θ- ρ));

або **Rст.=G(sin(θ- ρ))/cos(θ- ρ)=Gtg (θ- ρ);**

Так як **G=0,5*Yгр.*h*h*ctgθ=0,5*Yгр.*h^2*ctgθ;**

Rст.= 0,5*Yгр.*h*h*ctgθ *tg (θ- ρ);

Беремо першу похідну від Rст по змінному θ і прирівнюємо її до нуля, визначаємо значення 0;

d Rст./dθ=0,5*Yгр.*h^2*tg (θ- ρ)* ctgθ*(1/ cos^2(θ- ρ))=0;

0,5*Yгр.*h^2=0, то (tg (θ- ρ)/sin^{2}θ)= (ctgθ/ cos^2(θ- ρ));

Звідси **tg (θ- ρ)* cos^2(θ- ρ)= sin^{2}θ* ctgθ;**

Помноживши обі частини рівності на 2 і замінивши tg(θ-ρ) на

sin(θ- ρ)/ cos(θ- ρ), а ctgθ на cosθ/ sinθ

одержуємо: 2sin(θ-o)* cos(θ- ρ)= 2sinθ*cosθ;

З тригонометрії відомо, якщо синуси кутів рівні, то або кути рівні між собою, або вони в сумі складають 180°.

Так як в нашому випадку **θ-ρ=0, то 2(θ- ρ)+2θ =180^0; θ=45^0+ ρ /2;**

Тепер можемо знайти

Rст (max)= **0,5*Yгр.*h^2*ctg(45^0- ρ /2)* tg(45^0+ ρ /2- ρ);**

Але ctg(45^0+ ρ /2)= tg(45^0- ρ /2);

тоді: Rст (max)= 0,5*Yгр.*h^2 tg^2(45^0- ρ /2);

Замінивши Rст (max) на Еа (на основі їх рівності), одержимо формулу для визначення активного тиску грунта на стіну.

Еа=0,5*Yгр.*h^2 *tg^2(45^0- ρ /2);

де: $\gamma_{гр}$- обємна вага грунту , Н/m^2, кН/m^2;

h -висота підпірної стіни, або відстань по вертикалі від поверхні грунту до розглядаемого перерізу, м;

ρ-кут внутрішнього тертя грунту.

Однак бувають випадки, коли підпірна стіна намагається змістити грунт і сприймає його протидію. Наприклад: зміщення стіни під впливом активного тиску грунту з другої її сторони, під дією розпору арки.

Найменший опір, який може чинити маса грунту підпірній стіні, яка на неї давить, в умовах грничної рівноваги, називається пасивним тиском (опором).

Пасивний тиск грунту визначається на основі тих самих формул як і активний, тому кінцева формула буде мати вигляд:

Еп=0,5*Yгр.*h^2 *tg^2(45^0+ ρ /2);

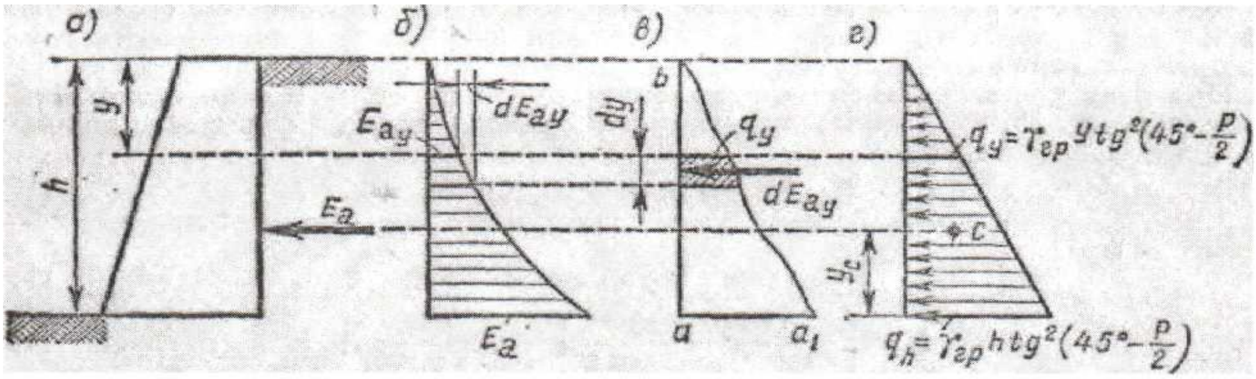
Отже порівнюючи активний і пасивний тиск грунту на підпірну стіну бачимо, що пасивний тиск значно перевищує значення активного. Однак величину пасивного тиску вводять в розрахунок не повністю, а з понижуючим коефіцієнтом, який дорівнює: 1/5 при розрахунку підпірних стін, які підтримують віткоси насипів; 1/3, які підтримують віткоси виємок;

5)Розподіл тиску сипучого тіла на висоті підпірної стіни.

Розглядаємо підірну стіну, яка підтримує грунт з одниковими по всій її висоті фізико-механічними характеристиками. Проводимо переріз на довільній відстані у від поверхні грунту і визначаємо активний тиск на відрізану верхню частину стіни. Одержуємо замінивши h на y:

Eay=0,5*Yгр.*y^2*tg^2(45^0-ρ/2);

Змінною величиною являється у, так як у входить в рівняння у другому ступені, то опора тиску обмежується квадратною параболою.



Література

1. Баженов В.А. Будівельна механіка і теорія споруд. Нариси з історії / В.А.Баженов, Ю.В.Ворона, А.В.Перельмутер. – К.: Каравела, 2016. – 428 с.
2. Будівельна механіка [Текст]: Конспект лекцій для здобувачів освітньо-професійного ступеня фаховий молодший бакалавр галузь знань 19 Архітектура і будівництво спеціальності 192 Будівництво та цивільна інженерія освітньо-професійної програми Будівництво та експлуатація будівель і споруд денної форми навчання / уклад. О.Ф. Шмаль. − Любешів : ВСП «Любешівський технічний фаховий коледж Луцького НТУ», 2025. – 57 с.
3. Будівельна механіка [Текст]: Методичні вказівки до виконання самостійної роботи для здобувачів освітньо-професійного ступеня фаховий молодший бакалавр галузь знань 19 Архітектура і будівництво спеціальності 192 Будівництво та цивільна інженерія освітньо-професійної програми Будівництво та експлуатація будівель і споруд денної форми навчання / уклад. О.Ф. Шмаль. − Любешів : ВСП «Любешівського технічного фахового коледжу Луцького НТУ», 2022. – 28 с.
4. Будівельна механіка [Текст]: Методичні вказівки до виконання контрольних робіт для здобувачів освітньо-професійного ступеня фаховий молодший бакалавр спеціальності 192 Будівництво та цивільна інженерія освітньо-професійної програми Будівництво та експлуатація будівель і споруд галузі знань 19 Архітектура і будівництво денної форми навчання / уклад. О.Ф. Шмаль. − Любешів: ВСП «Любешівський технічний фаховий коледж Луцького НТУ», 2025. – 15 с.

Будівельна механіка [Текст]: Конспект лекцій для здобувачів освітньо-професійного ступеня фаховий молодший бакалавр галузь знань 19 Архітектура і будівництво спеціальності (G Інженерія, виробництво та будівництво) 192 Будівництво та цивільна інженерія (G19 Будівництво та цивільна інженерія) освітньо-професійної програми Будівництво та експлуатація будівель і споруд денної форми навчання / уклад. О.Ф. Шмаль. − Любешів : ВСП «Любешівський технічний фаховий коледж Луцького НТУ», 2025. – 57 с.

Комп'ютерний набір і верстка : О.Ф. Шмаль
Редактор: О.Ф. Шмаль

Підп. до друку ___________2025 р. Формат А4.
Папір офіс. Гарн. Таймс. Умов. друк. арк. 3,5
Обл. вид. арк. 3,4. Тираж 15 прим.